Место для скобы

ОРМО II-23
М-685

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	2-курс лицей
4.	Фамилия	САМАТОВ
	Имя	АБДУШОХИД
	Отчество	АБДУРАСУЛОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 10; Месяц: 05; Год: 2006
6.	Страна	
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ташкент
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	академический лицей компьютерных технологий при ТГТПУ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23 М-685

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	31.03	Карякина Е.Е.	[illegible]

1) $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0 \quad x,y,z\in\mathbb{Z}$

$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)+7(y^2-6y+9)-63+32=0$

$(2x^2+1)(1+z^2)+7(y-3)^2=31$

$y=3 \quad 7\cdot0=0 \quad (2x^2+1)(z^2+1)=31\ \varnothing$

$\begin{cases} y=2 \\ y=4 \end{cases} \quad 7\cdot1=7 \quad (2x^2+1)(z^2+1)=24\ \varnothing$ конечно

откуда? неочевидно

$(2x^2+1)(z^2+1)=3$

$\begin{cases} y=1 \\ y=5 \end{cases} \quad 7\cdot4=28 \quad 7\cdot9=63\ \varnothing$

$\begin{cases} 2x^2+1=3 \\ z^2+1=1 \end{cases} \quad x_1=1; x_2=-1 \quad z=0$

$\begin{cases} 2x^2+1=1 \\ z^2+1=3 \end{cases}\ \varnothing$

$(1;1;0)\ (-1;1;0)$

$(1;5;0)\ (-1;5;0)$ ±

4)

$ax^3-ax^2+bx+b=0$

1	2	3	4	5	Σ
4	2	5	7	2	20

$\begin{cases} x_1x_2x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{b}{a} \end{cases}$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1\left(\frac{x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2}{x_1x_2x_3}\right)=\frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}=-1$

Место для скобы

Шифр

2).

$$2^{\ln(x^2-2023)} - \ln 2^{x^2-2022} = 0$$

$$2^{\ln(x^2-2023)} = \ln 2^{x^2-2022}.$$

$\ln(x^2-2023) = a \Rightarrow 2^a = \ln 2^{e^a+1} \Rightarrow 2^a = (e^a+1)\ln 2 \Rightarrow \frac{2}{e^a+1} = \ln 2$

$F(a) = \frac{2}{e^a+1}$ - рассмотрим F-цию

$$F'(a) = \frac{2^a \ln 2 \times (e^a+1) - 2^a e^a}{(e^a+1)^2} = \frac{2^a}{(e^a+1)^2}((e^a+1)\ln 2 - e^a) = 0$$

Корни этого уравнения $\frac{e^a}{e^a+1} = \ln 2$ находится через ур-е:

$1 - \frac{1}{e^a+1} = \ln 2 \Rightarrow \frac{1}{e^a+1} = 1 - \ln 2 \Rightarrow e^a + 1 = \frac{1}{\ln\frac{e}{2}} \Rightarrow e^a = \log_{\frac{e}{2}} e - 1 \log_{\frac{e}{2}} 2e$

пояснение?

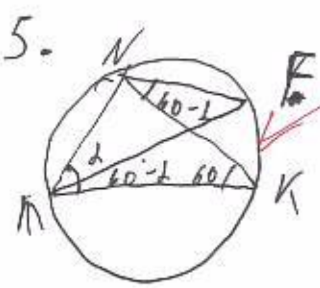
- Это значит, что производная не равна нулю.

Функция $F(a) = \frac{2^a}{e^a+1}$ имеет единственное пересечения с монотонной и неизменной функцией.

$x^2 - 2023 = e^a$ - уравнения имеет 2 корня ?

Ответ: уравнения имеет 2 корня.

5.



пояснение

$$\frac{MF}{\sin(60+\alpha)} = 2R \qquad MF = 2R\sin(60+\alpha)$$

$$\frac{NF}{\sin\alpha} = 2R \qquad NF = 2R\sin\alpha$$

$$\frac{FK}{\sin(60-\alpha)} = 2R \qquad FK = 2R\sin(60^\circ-\alpha)$$

$$MF^4 + NF^4 + FK^4 =$$

$$= 16R^4[\sin^4(60+\alpha) + \sin^4\alpha + \sin^4(60-\alpha)]$$

Место для скобы

Шифр

$\left(3\right) \frac{2a}{3(b+c)}$

$\left[\sin^4(60+t)+\sin^4 t+\sin^4(60-t)\right]$

$\left(\frac{1-\cos(120+2t)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos(120-2t)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos 2t}{2}\right)^2=$

$=\frac{1-2\cos(120+2t)+\cos^2(120+2t)}{4}+\frac{1-2\cos(120-2t)+\cos^2(120-2t)}{4}+$

$+\frac{1-2\cos 2t+\cos^2 2t}{4}=\frac{1-\cos(120+2t)+\frac{1+\cos(240+4t)}{2}}{}+$

$+\frac{1-2\cos(120-2t)+\frac{1+\cos(240-4t)}{2}}{4}+\frac{1-2\cos 2t+\frac{1+\cos 4t}{2}}{4}=$

$=\frac{3-4\cos(120+2t)+\cos(240+4t)+3-4\cos(120-2t)+\cos(240-4t)+}{8}$

$\frac{+3-4\cos 2t+\cos 4t}{8}=\frac{9-4(\cos(120+2t)+\cos(120-2t)+\cos 2t)+}{8}$

пояснения когда верно sin.

$\frac{+\cos(240+4t)+\cos(240-4t)+\cos 4t}{8}=\frac{9-4(2\cos 120\cos 2t+\cos 2t)+}{8}$

$+\frac{2\cos 240\cdot\cos 4t+\cos 4t}{8}=\frac{9-4(-\cos 2t+\cos 2t)\cancel{-\cos 4t+\cos 4t}}{8}=\frac{9}{8}$

вывод? ответ?

F

3)

$\cancel{\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$

$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$

$\begin{cases} a+b=x \\ b+c=y \\ a+c=z \end{cases} \Rightarrow a+b+c=\frac{x+y+z}{2}$ $\quad\begin{cases} a=\frac{x+z-y}{2} \\ b=\frac{x+y-z}{2} \\ c=\frac{y+z-x}{2} \end{cases}$

Место для скобы

Шифр

?

$$\frac{3}{3}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\right)=\frac{3}{3}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\right)=$$

$$=\frac{3}{3}\left(\frac{x+z-y}{2y}+\frac{x+y-z}{2z}+\frac{y+z-x}{2x}\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{y}-1+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}-1+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}-1\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\left(\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\left(\frac{z}{y}+\frac{y}{z}\right)+\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)-3\right)\geq$$

неравенство

$$\geq\frac{1}{3}\left(2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}}+2\sqrt{\frac{z}{y}\cdot\frac{y}{z}}+2\sqrt{\frac{x}{z}\cdot\frac{z}{x}}-3\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\left(2\cdot1+2\cdot1+2\cdot1-3\right)=\frac{1}{3} \qquad (6-3)\geq1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq1$$

$\mp$