07568

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

ıет	Математика
нт	1
	8
ıия	САДЫКОВ
	ЭДУАРД
тво	ИЛЬФАТОВИЧ
ождения	21 (Число) 08 (Месяц) 2008 (Год)
ı	Российская Федерация
ı (пр: Томская обл., ıнградская область)	Кемеровская область
ıиципального образования ı, деревня, село, город)	город
ıнный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	Кемерово
ı наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в ı время	ФГКОУ „Кемеровское ПКУ"

ıсие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ıультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Шиф

Шифр 07568

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
22	26.03	Корякина Е.Е.	

1	2	3	4	5	Σ
7	6	7	2	0	22

№1.

$2y^2 - 2xy + x + 9y - 2 = 0$

$2y^2 - y - 2xy + x + 10y - 5 + 5 - 2 = 0$

$y(2y-1) - x(2y-1) + 5(2y-1) + 3 = 0.$

$(y - x + 5)(2y-1) = -3.$

Т.к. при сложении и вычитании целых чисел получаются целые, то $y - x + 5$ и $2y - 1$ равны одному из целых множителей -3, т.е. -3 и 1 или -1 и 3, ~~...~~ т.е.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y - x + 5 = -1 \\ 2y - 1 = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y - x + 5 = 1 \\ 2y - 1 = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} y - x + 5 = 3 \\ 2y - 1 = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} y - x + 5 = -3 \\ 2y - 1 = 1 \end{cases} \end{array}\right. \quad x \in \mathbb{Z},\ y \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 9 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}\right. \quad x \in \mathbb{Z},\ y \in \mathbb{Z} \implies$$

Корни уравнения $(8;2); (3;-1); (2;0); (9;1)$

Ответ: $(8;2); (3,-1); (2;0); (9,1)$

1 из 4

Шифр 07568

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№2.

Пусть x - стоит шоколадки, y - газировки, ~~и~~ z - печенье, a - сдача Маши, составим систему сравнений

$$\begin{cases} 3x+4y+5z \equiv 0 \pmod{11} \\ 9x+y+4z \equiv a \pmod{11} \end{cases}$$

Прибавим к второму сравнению 19 раз первое, т.к. одинаковые модули, то

$$a + 0 \cdot 19 \pmod{11}$$

$$9x + 3x \cdot 19 + 4y \cdot 19 + y + 5z \cdot 19 + 4z \equiv \cancel{a \pmod{11}}$$

$$9x + 57x + y + 76y + 95z + 4z \equiv a \pmod{11}$$

$$66x + 77y + 99z \equiv a \pmod{11}$$

$$11(6x+7y+9z) \equiv a \pmod{11} \Rightarrow$$

$66x+77y+99z \vdots 11$, а т.к. $3x+4y+5z \vdots 11$, то

$66x+77y+99z - 19(3x+4y+5z) \vdots 11$, т.е.

$3x+4y+5z \vdots 11$, т.е. $a = 0$, и Маша сможет расплатиться без ~~сдачи~~ сдачи

ч.т.д.

Шифр 07568

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№3

$$\frac{a\cdot c^2+b}{c} \geq 2\sqrt{ab}$$, т.к. a, b, c - полож. числа, то обе части положительны

$$\left(\frac{ac^2+b}{c}\right)^2 \geq (2\sqrt{ab})^2$$

$$\frac{(ac^2+b)^2}{c^2} \geq 4ab$$

$$\frac{a^2c^4+2ac^2b+b^2}{ac^2b} \geq 4$$

$$\cancel{\frac{ac^2}{b}+2+\frac{b}{ac^2} \geq 4}$$

$$\frac{a^2c^4+2ac^2b+b^2}{ac^2b} - 4 \geq 0$$

$$\frac{a^2c^4+2ac^2b+b^2-4ac^2b}{ac^2b} \geq 0$$

$$\frac{a^2c^4-2ac^2b+b^2}{ac^2b} \geq 0$$

$$\frac{(ac^2-b)^2}{ac^2b} \geq 0$$

$$\begin{cases}(ac^2-b)^2 \geq 0, & \text{т.к. } x^2 \geq 0, \text{ где } x - \text{любое число} \\ ac^2b \neq 0, & \text{т.к. } a, c, b - \text{положительные числа, т.е. } a>0;\ c>;\ b>0.\end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{(ac^2-b)^2}{ac^2b} \geq 0$$, т.е. $$\frac{ac^2+b}{c} \geq 2\sqrt{ab}$$

Ч.Т.Д.

+

3 из 4

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

№4.

1) $x^2 - 2px + pq$

$D = b^2 - 4ac = (-2p)^2 - 4pq = 4p^2 - 4pq = 4p(p-q)$

2) $x^2 - 2qx + pq$

$D = b^2 - 4ac = (-2q)^2 - 4pq = 4q^2 - 4pq = 4q(q-p)$

Заметим что $p - q = -1 \cdot (q-p)$, т.е одно из выражений положительное, а другое отрицательное, либо они оба равны 0.

~~во втором случае все трехчлены принимают вид x^2, который имеет корень 0.~~

Во втором случае $D=0$ и они имеют 1 корень, такое это возможно при $p=0$ ~~[illegible]~~ (1 корень у первого трехчлена) или $q=0$ (1 корень второго)

1) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2p}{2} = p$ 2) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2q}{2} = q$

В первом случае $D>0$ т.к одно из чисел положительное другое отрицательное, пусть $p>q$, ~~$\Rightarrow$ если q - отрицательное, то~~ $p \neq 0$; $q \neq 0$, тогда если q - отрицательное то p - либо отрицательное либо положительное, в первом случае $p-q>0$; $q-p<0$; тогда $4q(q-p)$ - положительное, во втором $p-q>0$; $q-p<0$; тогда $4p(p-q)$ - положительное т.е $D>0$!

если q - положительное, то p - положительное; $p-q>$; $q-p<0$

$4p(p-q)>0$, т.е $D>0$, $\Rightarrow$ 2 корня

1) $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{2p+\sqrt{4p^2-4pq}}{2} = p + \frac{2\sqrt{p^2-pq}}{2} = p + \sqrt{p^2-pq}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{2p - 2\sqrt{p^2-pq}}{2} = p - \sqrt{p^2-pq}$

2) $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{2q+2\sqrt{q^2-pq}}{2} = q + \sqrt{q^2-pq}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{2q-2\sqrt{q^2-pq}}{2} = q - \sqrt{q^2-pq}$

По теореме Виета.

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 x_2 = c \end{cases}$

$\begin{cases} p+\sqrt{p^2-pq} + p - \sqrt{p^2-pq} = 2p \\ (p-\sqrt{p^2-pq})(p+\sqrt{p^2-pq}) = pq \end{cases}$

$\begin{cases} 2p = 2p \\ p^2 - p^2 + pq = pq \end{cases}$

$\begin{cases} 2p = 2p \\ pq = pq \end{cases} \Rightarrow x_1$ и x_2 - корни ~~[illegible]~~ трехчлена

2) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 x_2 = c \end{cases}$

$\begin{cases} q+\sqrt{q^2-pq} + q - \sqrt{q^2-pq} = 2q \\ (q+\sqrt{q^2-pq})(q-\sqrt{q^2-pq}) = pq \end{cases}$

$\begin{cases} 2q = 2q \\ q^2 - q^2 + pq = pq \end{cases}$

$\begin{cases} 2q = 2q \\ pq = pq \end{cases} \Rightarrow x_1$ и x_2 - корни трехчлена

? ?

4 из 4