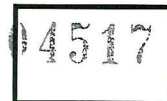


ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»



Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы																
2.	Вариант	Математика 10 класс Вариант 3 закл																
3.	Класс	10																
4.	Фамилия	Р	Я	З	А	Н	О	В										
	Имя	Д	Е	М	И	Д												
	Отчество	В	И	Т	А	Л	Ь	Е	В	И	Ч							
5.	Дата рождения	0	3			0	7			2	0	0	4					
		число		месяц		год												
6.	Страна	Россия																
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Респ Карелия																
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город																
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Петрозаводск																
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МОУ "Лицей №1"																

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma & \\
 & 5 & 7 & 7 & 7 & - & 19 & \\
 & & & & & & 26 & \text{Евг}
 \end{array}$$

$$\textcircled{1} \text{ Пусть } \sqrt{x^2+2020} - x \in \mathbb{Z} \quad \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (\sqrt{x^2+2020} - x) + 2x - \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x^2+2020} = a \quad (a \in \mathbb{Z}) \quad a > 0$$

$$\sqrt{x^2+2} = b \quad (b \in \mathbb{Z}) \quad b > 0$$

$$\begin{cases} x^2+2020 = a^2 \\ x^2+2 = b^2 \end{cases}$$

$$2018 = (a-b)(a+b)$$

$$2 \cdot 1009 = 2018 \quad (\text{разлож. на простые множители})$$

$$2 \cdot 1009 = (a-b)(a+b)$$

$$\text{т.к. } \begin{cases} a \in \mathbb{Z} \\ b \in \mathbb{Z} \\ a, b > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{это возм. только когда } \begin{cases} a-b=2 \\ a+b=1009 \end{cases}$$

$$2a = 1011$$

$$a = \frac{1011}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{нет таких } \mathbb{Z} \text{ } a \text{ и } b, \text{ при которых } \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{эти исходные числа не могут быть } \mathbb{Z} \text{ одновременно}$$

$$\Rightarrow \text{нет такого } x, \text{ при котором исх. числа } \in \mathbb{Z}$$

Ответ: нет такого числа

$$\textcircled{2} \begin{cases} 3xy - 5yz - xz = 3y \\ -5xy + 4yz + xz = -4y \\ xy + yz = -y \\ y(x+z+1) = 0 \\ y = 0 \text{ или } x+z+1 = 0 \end{cases}$$

Справка 1

$$\text{Если } y=0$$

$$\Rightarrow xz=0$$

$$x=0 \quad z \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad z=0$$

$$\text{Если } x+z+1=0$$

$$x=-(z+1)$$

$$\Rightarrow$$

$$2(z+1)y - yz = -y \quad (\text{I урав.} + \text{II урав. в иск. системе})$$

$$y(2(z+1) - z + 1) = 0$$

$$y=0 \text{ или } 2z+2-z+1=0$$

$$z+3=0$$

$$z=-3 \Rightarrow$$

Если $y=0$ был рассмотрен ранее

$$\text{Если } z=-3 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 6y+15y+6=3y \quad (\text{I урав. в иск. сист.})$$

$$18y - 3y = -6$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

Ответ:

x	y	z
\forall	0	0
0	0	\forall
2	$-\frac{1}{3}$	-3

$$\textcircled{3} \quad f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

$$\begin{cases} f(0) + f(1) = a + b + 2c = 0 \\ f(2) + f(3) = 13a + 5b + 2c = 0 \end{cases}$$

$$12a + 4b = 0$$

$$3a + b = 0$$

$$b = -3a$$

$$\Rightarrow \Leftrightarrow -2a + 2c = 0$$

$$a = c$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^2 - 3ax + a = 2022$$

$$ax^2 - 3ax + a - 2022 = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{a-2022}{a} = 0$$

$$\text{По т. Виета } x_1 + x_2 = 3$$

$$D \geq 0 \Rightarrow \frac{4(x-2022)}{a} \geq 0$$

$$a(5a + 8088) \geq 0$$

$$\frac{|||||}{-8088} \quad 0 \quad \frac{|||||}{5} \quad a$$

Ответ: 3.

Суранида 2

$$\textcircled{4} \text{ Полагая } \sqrt{\frac{2019}{2020}} = a \quad a > 0$$

$$\sqrt{\frac{2020}{2019}} = b \quad b > 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ всегда выполняется}$$

$$a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{\frac{2019}{2020}} + \sqrt{\frac{2020}{2019}} \geq \sqrt{\frac{2019}{2019}} \cdot 2 > 2$$

$$\sqrt{\frac{2019}{2019}} \cdot 2 > 2$$

$$\sqrt{\frac{2019}{2020}} + \sqrt{\frac{2020}{2019}} \geq \sqrt{\frac{2019}{2019}} > 1 = \sqrt{1}$$

$$\sqrt{\frac{2019}{2020}} + \sqrt{\frac{2020}{2019}} > 2 \quad \text{чтв}$$