

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
72		Енол О.М.	D

Задача №5

Вариант II

Найдём вертикальную и горизонтальную составляющие скорости v_1 . $v_x = v_1 \cdot \cos \alpha$; $v_y = v_2 \cdot \sin \alpha$. Зная v_y , мы можем найти время подъёма: $t_1 = v_2 \cdot \sin \alpha : g$. Время подъёма равно времени падения, а значит общее время $t = 2t_1 = \frac{2 \cdot v_2 \cdot \sin \alpha}{g}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно найти расстояние: $S = v_1 \cdot \cos \alpha \cdot t = \frac{2 \cdot v_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$ 8

Теперь рассмотрим второй случай. $F_{тр} = \mu \cdot N$. В данном случае: $N = mg$, а следовательно $F_{тр} = \mu mg$. По второму закону Ньютона: $F = ma$, $\Rightarrow a = F : m = \mu mg : m = \mu g$. Ускорение направлено против скорости, а это значит, что шайба остановится через время $t = \frac{v_2}{a} = \frac{v_2}{\mu g}$. Найдём расстояние, которое проделала данная точка: $S = v_2 \cdot \frac{v_2}{\mu g} - \frac{\mu g \cdot v_2^2}{2 \mu^2 g^2} = \frac{2v_2^2 - v_2^2}{2\mu g} = \frac{v_2^2}{2\mu g}$ 6 По условию, дальность полёта одинаковая, а значит мы можем их приравнять:

$$\frac{2v_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_2^2}{2\mu g} \quad | \text{ домножим на } g$$

$$2v_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{v_2^2}{2\mu} \quad | \text{ домножим на } 2\mu \text{ и заменим } 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

1	2	3	4	5	72
4	20	20	8	20	

на синус двойного угла: $2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$
 $2v_1^2 \cdot \sin 2\alpha = \frac{v_2^2}{\mu}$ | уберем обе части под квадратный корень
 $v_1 \cdot \sqrt{2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \mu} = v_2$ | найдём значение $\sqrt{2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \mu}$
 $2 \cdot \mu = 0,02 \cdot 2 = 0,04, \Rightarrow \sqrt{2\mu} = 0,2$. $\sin 2\alpha = \sin 80^\circ \approx 1, \Rightarrow \sqrt{\sin 2\alpha} \approx 1$
 $0,2 v_1 = v_2, \Rightarrow v_1 = 5 v_2, \Rightarrow v_1$ в 5 раз больше v_2

Ответ: $v_1 > v_2$ | $v_1 : v_2 = 5$

Задача №3

По условию, установленная баланс, а значит силы уравняем друг друга. Вверх действовала сила Архимеда, а вниз сила тяжести и сила натяжения нити. Запишем это:

FA = T + Fтяж. Сила архимеда: FA = rho_ж * Vn * g, а T = 1/2 FA; Fтяж = mg = rho * Vt * g

rho_ж * Vn * g = 1/2 rho_ж * Vn * g + rho * Vt * g | заменим rho_ж на 4r по условию

4r * Vn * g = 2r * Vn * g + rho * Vt * g | сократим на r и на g

4Vn = 2Vn + Vt => 2Vn = Vt, а значит тело погружено на половину, а значит, что уровень воды равен l+r, где l - длина нити.

Казалось бы, что Vb = pi * R^2 * (l+r), но маленький шар погружен на половину, а значит нам нужно вычитать 2/3 * pi * r^3 меньше воды:

Vb = pi * R^2 * (l+r) - 2/3 * pi * r^3 = pi * R^2 * l + pi * r * (R^2 - 2/3 * r^2)

Ответ: Vb = pi * R^2 * l + pi * r * (R^2 - 2/3 * r^2) 8

Задача №2

По условию, теплообмен пропорционален разнице температур, причем прямо. Из этого следует: Q = k * (th - tb). За 22,5 ч при разнице температур в (20-0) = 20 C растаяло 4 * 10^-3 т льда. Найдём из этого уравнения k:

22,5 k * 20 = 330000 * 4 * 10^-3

1320 Дж = 450 k, => k = 132 / 45 = 44 / 15

Нам известен испарившийся объём азота, а плотность нет. Пусть rho - плотность азота. Запишем уравнение теплового баланса для жидкого азота:

T1 * k * (th - ta) = rho * V1 * r | заменим все известные буквы на числовые значения:

24 k * (20 + 195) = 199000 rho * 10^-3, => 24 * 44 * 215 / 15 = 199 rho

15136 = 199 rho, => rho = 15136 / 199 ≈ 76,06 кг/м^3

Ответ: rho = 76,06 кг/м^3 4

~~Задача №4~~

~~Для начала найдём Q_1 : \vec{AD} выполнит работу (отдаст тепло), потеряв $V_2 (p_2 - p_1)$ энергии тепла, а на~~

Задача №4

Для начала найдём Q_1 : на участке AD газ потерял $V_2 (p_2 - p_1)$ тепла, а на участке DC : $p_1 (V_2 - V_1)$.

$Q_1 = V_2 (p_2 - p_1) + (V_2 - V_1) \cdot p_1$. Аналогично рассмотрим Q_2 : на участке AB : $p_2 (V_2 - V_1)$; на участке BC : $V_1 (p_2 - p_1)$.

$$Q_2 = p_2 (V_2 - V_1) + V_1 (p_2 - p_1)$$

$$Q_1 = V_2 p_2 - V_2 p_1 + V_2 p_1 - V_1 p_1 = V_2 p_2 - V_1 p_1$$

$$Q_2 = p_2 V_2 - V_1 p_2 + V_1 p_2 - p_1 V_1 = V_2 p_2 - V_1 p_1$$

А значит $Q_1 = Q_2$

Ответ: $Q_1 = Q_2$

Задача №1

Для начала введём l - расстояние от точки броска до верёвки. Угловой угол - α . Камень должен коснуться шара.

Наиболее оптимальная для этого точка - самая правая точка шара. По горизонтали, она отдалена на $l + 2R$, а по вертикали - на $2.5R$, то есть камень коснётся шара через $\frac{l+2R}{v_0 \cdot \cos \alpha}$ после броска. К этому моменту камень уже будет лететь вниз: $v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{l+2R}{v_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{g(l+2R)^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 2.5R$

$$\frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha (l+2R) - g(l+2R)^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 2.5R \quad \left| \begin{array}{l} \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2} = \sin 2\alpha \\ \frac{g(l+2R)^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 2.5R \end{array} \right.$$

$$\frac{(v_0^2 \cdot \sin 2\alpha - g l - 2gR)(l+2R)}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 2.5R$$

$$v_0^2 l \cdot \sin 2\alpha + v_0^2 \sin 2\alpha \cdot 2R - gl^2 - g2R - 2glR - 4gR^2 - 5v_0^2 \cos^2 \alpha R = 0$$

$$v_0^2 (l \cdot \sin 2\alpha + 2R \cdot \sin 2\alpha - 5R \cdot \cos^2 \alpha) - g(l^2 - 2R - 2lR - 4R^2) = 0$$