Место для скобы

ОРМОП-23
М-680

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	№1
3.	Класс	2-курс
4.	Фамилия	Рустамов
	Имя	Омонбой
	Отчество	
5.	Дата рождения	Число: 17; Месяц: 07; Год: 2005
6.	Страна	
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ташкент
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	ТГТУ академический лицей

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись [подпись]

Место для скобы

Шифр ОРМОФ-23 М-680

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	31.03	Кожевникова Е.Е.	[подпись]

3. $\frac{2a}{3\cdot(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3\cdot(a+b)} \geq 1$

$+\begin{cases} a+b=x \\ b+c=y \\ a+c=z \end{cases} \Rightarrow a+b+c = \frac{x+y+z}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{x+z-y}{2} \\ b = \frac{x+y-z}{2} \\ c = \frac{y+z-x}{2} \end{cases}$

$\frac{x+z-y}{3y} + \frac{x+y-z}{3z} + \frac{y+z-x}{3x} \geq 1.$

1	2	3	4	5	Σ
2	0	5	7	6	20

$\frac{x}{y} + \frac{z}{y} - 1 + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} - 1 + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} - 1 \geq 3$

$\frac{1}{3}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} - 3\right) \geq 1.$

$\frac{1}{3}\left(\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y}\right)\right) - 1 \geq \frac{1}{3}\left(2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}} + 2\cdot\sqrt{\frac{x}{z}\cdot\frac{z}{x}} + 2\cdot\sqrt{\frac{y}{z}\cdot\frac{z}{y}}\right) - 1 = \frac{1}{3}\cdot 6 - 1 = 1.$ пояснение.

$\boxed{\frac{2a}{3\cdot(b+c)} + \frac{2b}{3\cdot(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1}$

Место для скобы

Шифр

1. $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$ как искоренить?

$\Downarrow \quad \Downarrow$

$+ \quad +$

$$\left[\begin{array}{ll} 7\cdot(y-3)^2=0 & y=3 \\ 7\cdot(y-3)^2=7 & y=2;4 \\ 7\cdot(y-3)^2=28 & y=1,5 \\ 7\cdot(y-3)^2=63 \Rightarrow \varnothing & y=0 \end{array}\right.$$

пояснение.

I) $y=3 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)=31.$

$\begin{matrix} 1+z^2=1 \\ 2x^2+1=31 \end{matrix} \Rightarrow \varnothing$ пояснение.

II) $y=2;4 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1)=24. \Rightarrow \varnothing$ пояснение.

III) $y=1;5 \quad (1+z^2)(2x^2+1)=3$

$\Downarrow$

$\begin{cases} z=0 \\ x=1 \end{cases}$

не все.

ответ: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$

2

7

Место для скобы

Шифр

4. $ax^3 - ax^2 + bx + b = 0$

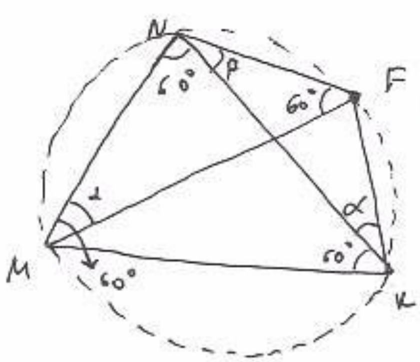
$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \dfrac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\underbrace{(x_1+x_2+x_3)}_{1} \cdot \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = \frac{x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} =$$

$$= \frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}} = -1.$$

+

5.



$\angle NKM = \angle NFM = 60^\circ$

$\angle FKN = \angle NMF = \alpha.$

$60^\circ + 60^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ$

$\beta = 60^\circ - \alpha.$

$\triangle MFK \Rightarrow \dfrac{MF}{\sin(60+\alpha)} = 2R$

$\triangle MNF \Rightarrow \dfrac{NF}{\sin\alpha} = 2R$

$\triangle NFK \Rightarrow \dfrac{FK}{\sin(60^\circ-\alpha)} = 2R$

$MF = 2R \cdot \sin(60^\circ+\alpha)$

$NF = 2R \cdot \sin\alpha$

$FK = 2R \cdot \sin(60^\circ-\alpha)$

Место для скобы

Шифр

$$MF^4+NF^4+FK^4=16R^4\cdot\sin^4(60+\alpha)+16R^4\cdot\sin^4\alpha+16R^4\cdot\sin^4(60-\alpha)=$$

$$=16R^4\left(\sin^4(60+\alpha)+\sin^4\alpha+\sin^4(60^\circ-\alpha)\right)$$

$$\sin^4(60+\alpha)+\sin^4\alpha+\sin^4(60^\circ-\alpha)=\left(\frac{1-\cos(120^\circ+2\alpha)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{1-\cos(120^\circ-2\alpha)}{2}\right)^2=\frac{1-2\cos(120^\circ+2\alpha)+\cos^2(120^\circ+2\alpha)}{4}+$$

$$+\frac{1-2\cos 2\alpha+\cos^2 2\alpha}{4}+\frac{1-2\cos(120^\circ-2\alpha)+\cos^2(120^\circ-2\alpha)}{4}=$$

$$=\frac{1-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot\cos 2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 2\alpha\right)+\left(\frac{1}{2}\cos 2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha\right)^2+1-2\cos 2\alpha+\cos^2 2\alpha+1-2\left(-\frac{1}{2}\cdot\cos 2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha\right)+\left(-\frac{1}{2}\cos 2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha\right)^2}{4}=$$

$$=\frac{3+\cancel{\cos 2\alpha}+\cancel{\sqrt{3}\sin 2\alpha}+\cancel{\cos 2\alpha}-\cancel{\sqrt{3}\sin 2\alpha}-2\cancel{\cos 2\alpha}+\cos^2 2\alpha+\left(\frac{1}{2}\cos 2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha-\frac{1}{2}\cos 2\alpha\right)^2}{4}=$$

$$=\frac{3+\cos^2 2\alpha+\frac{1}{4}\cos^2 2\alpha+\frac{3}{4}\sin^2 2\alpha+\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\alpha\sin 2\alpha}+\frac{3}{4}\sin^2 2\alpha+\frac{1}{4}\cos^2 2\alpha-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\alpha\sin 2\alpha}}{4}=$$

$$=\frac{3+1{,}5\cos^2 2\alpha+1{,}5\sin^2 2\alpha}{4}=\frac{3+1{,}5}{4}=\frac{3+\frac{3}{2}}{4}=\frac{9}{8}$$

Место для скобы

Шифр

$$MF^4+NF^4+FK^4 = 16R^4\cdot\left(\sin^4(60+\alpha)+\sin^4\alpha+\sin^4(60-\alpha)\right) =$$

$$= 16R^4\cdot 9/8 = 18R^4$$

вывод?

ответ: $MF^4+NF^4+FK^4 = 18R^4$

$\pm$

2. $2^{\ln(x^2-2023)} - \ln 2^{x^2-2022} = 0$

$$\ln(x^2-2023) = a$$

$$2^{\ln(x^2-2023)} = (x^2-2022)\cdot\ln 2$$

$$2^a = (a+1)\cdot\ln 2 \qquad f(x) = \frac{2^a}{e^{a+1}}\ ?$$

$$\frac{2^a}{e^{a+1}} = \ln 2. \qquad f'(x) = \frac{2^a\ln 2\cdot(e^a+1) - 2^a e^a}{(e^a+1)^2}\ ? =$$

+1 не в показ-ле.

$$= \frac{2^a}{(e^a+1)^2}\cdot\left((e^a+1)\cdot\ln 2 - e^a\right) \neq 0.$$

$$\frac{e^a}{e^a+1} = \ln 2.$$

? пояснение.

$$1-\frac{1}{e^a+1} = \ln 2 \qquad \frac{1}{e^a+1} = \ln e/2 \Rightarrow e^a+1 = \frac{1}{\ln e/2}$$

пояснение

$$\boxed{x^2-2023 = e^a}$$

$$\boxed{e^a = \log_{e/2} e - 1 = \log_{e/2} 2 > 0}$$

пояснение.

$$x^2 = e^a + 2023$$

~~$x = \pm\sqrt{e^a+2023}$~~

ответ: ~~$x = \pm\sqrt{e^a+2023}$~~

есть 2 корня