Место для скобы

# ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004044

**Шифр**

## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
**заключительного этапа**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | МАТЕМАТИКА |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 9 |
| 4. | Фамилия | РУСАНОВА |
| | Имя | МАРГАРИТА |
| | Отчество | ИГОРЕВНА |
| 5. | Дата рождения | 22 (Число) 04 (Месяц) 2005 (Год) |
| 6. | Страна | Россия |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | Томская обл. |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Томск |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | ОГБОУ „Томский физико-технический лицей" |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ____________

Место для скобы

Шифр 004044

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 24 б | 4.04.21 | Гендрина И.Ю. | [подпись] |

N1 $\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=$

$=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^2-a^2)(b^2+a^2)(b+a)}{(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{2ab(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}}-\frac{-\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}(b^2+a^2)(b+a)}{\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}}=$

$=2ab(a+b)+(b^2+a^2)(a+b)=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=$

$=(a+b)(a+b)^2=(a+b)^3$

раскладываем всё на множители, используя ФСУ.

выносим из 1ой скобки минус, чтобы сократить множители числителя и знаменателя.

при $a=-1,\underbrace{4\ldots4}_{2021}4$ и $b=-1,\underbrace{5\ldots5}_{2020}56$

$(-1,\underbrace{4\ldots4}_{2021}4-1,\underbrace{5\ldots5}_{2020}56)^3=(-3)^3=27$

подставляем значения.

7б

Ответ: 27 ✓

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 7 | 7 | 3 | 0 |

N2 $\begin{cases}x^2+2y^2-2y\cdot z=100 & (1)\\ 2x\cdot y-z^2=100 & (2)\end{cases}$

1. вычтем из 1 выражения 2:

$x^2+2y^2-2y\cdot z-2x\cdot y+z^2=100-100$

$x^2+y^2-2x\cdot y+y^2+z^2-2y\cdot z=0$

2. используем ФСУ:

$(x-y)^2+(z-y)^2=0$

$(x-y)^2=-(z-y)^2$

неотрицательное число = неположительному

$\Rightarrow 0=0$, т.е

$(x-y)^2=0$ и $(z-y)^2=0$

$x-y=0$ и $z-y=0$

$x=y$ и $z=y$ $\Rightarrow$

$x=y=z$

3. все числа в тройке одинаковы $\Rightarrow$ заменим их на одно и решим уравнение:

$x^2+2x^2-2x^2=100$

$x^2=100$

$x=\pm10$

4. проверка: $2\cdot10\cdot10-10\cdot10=100$ ✓

$2\cdot(-10)\cdot(-10)-(-10)\cdot(-10)=100$ ✓

5. $\Rightarrow$ получаем тройки:

$\begin{cases}x=10\\y=10\\z=10\end{cases}$ или $\begin{cases}x=-10\\y=-10\\z=-10\end{cases}$

Ответ: (10; 10; 10) и (−10; −10; −10)

Место для скобы

**Шифр** 004044

N3

1. подставим значения общей точки в функцию:

$$1=1+a+b$$
$$1=1+c+d \Rightarrow$$ имеем следующее: $a+b=0$, $c+d=0$ и $a+b=c+d$

2. выразим $a$:

$$a=c+d-b$$
$$a=0-b$$
$$a=-b$$

3. выразим $d$

$$d=a+b-c$$
$$d=0-c$$
$$d=-c$$

* можно было бы сразу выразить из $a+b=0$ и $c+d=0$

3. имеем следующее неравенство:

$$(-b)^{2021}+(-c)^{2020} > c^{2020}-b^{2021}$$ (заменили в левой части $a$ на $-b$ и $d$ на $-c$)

$$-b^{2021}+c^{2020} > c^{2020}-b^{2021}$$

выражения по обе стороны одинаковые, т.е равные $\Rightarrow$ невозможно, чтобы 1 из них было больше.

Ответ: нет.

7 б

N4

$$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$$
$$a^4+b^4+c^4 \geq (abc)(a+b+c)$$
$$\frac{a^3}{bc}+\frac{b^3}{ac}+\frac{c^3}{ab} \geq a+b+c$$
$$\cancel{\frac{a^3-bc}{bc}+\frac{b^3-ac}{ac}+\frac{c^3-ab}{ab} \geq 0}$$
$$\cancel{\frac{a^3}{bc}-1+\frac{b^3}{ac}-1+\frac{c^3}{ab}-1 \geq 0}$$
$$\cancel{a^3-abc+b^3-abc+c^3-abc}$$
$$\frac{a^3-abc}{bc}+\frac{b^3-abc}{ac}+\frac{c^3-abc}{ab} \geq 0$$
$$\left(\frac{a^3}{bc}-a\right)+\left(\frac{b^3}{ac}-b\right)+\left(\frac{c^3}{ab}-c\right) \geq 0$$

Все слагаемые находятся близко друг от друга и как минимум два из них больше нуля, что говорит о верности неравенства.

чтд.

Недост. обоснование

3 б