07471

Шифр

# ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
### заключительного этапа

| | |
|---|---|
| мет | Математика |
| нт | 1. |
| : | 10 |
| лия | РУХАНА |
| | АДАМ |
| тво | НАБИЛЕВИЧ |
| рождения | 05 (Число) 01 (Месяц) 2006 (Год) |
| а | Россия |
| н *(пр: Томская обл., инградская область)* | Республика Хакасия |
| ниципального образования *п, деревня, село, город)* | Город |
| енный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)* | Абакан |
| е наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время | МБОУ „Гимназия" |

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ___АР___

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ~~6~~ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 4 | 4 | 0 | |

Шифр 07471

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 14б | 30.03.23 | Гецрцина | |

2. $\cos 3x = A \cdot \sin 2x$ $\sin 3x = B \cdot \cos 4x$

1) Поскольку $x$ не любой найдем чему он равен:

5б

$\cos 3x - A \cdot \sin 2x = 0$

$3\cos x - 4\cos^2 x - A \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$

$\cos x (3 - 4\cos x - 2A \cdot \sin x) = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

не все случаи рассмотрены.

2) Проверим первое условие:

если $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$, то $2x = \pi + 2\pi n, n \in Z$, $3x = \frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in Z$

на кажд. пригокр. = 180°

будет чередоваться м/у углом 270° и 90°

$A \cdot \sin 2x = \cos 3x$

$A \cdot \underset{0}{\sin \pi} = \cos \frac{3\pi}{2}$

$A \cdot 0 = 0$

=> При любом $A$ выполняется условие

3) Проверим второе условие

$4x = 2\pi + 4\pi n$ (только равен углу в 0° и повторяется кажд. 2о борота)

$\sin 3x = B \cdot \cos 4x$

$\sin 3x = B \cdot \cos 2\pi$

$\sin 3x = B \cdot 1$

заметим, что $\sin 3x = \pm 1$ (3x имеет черед знак)

$\sin 3x = 1$, только если $B = 1$ и $\sin 3x = -1$, $B = -1$

но все равно $\sin 3x$ - рациональное числ.

=> $\sin 3x$ - рациональное число ~~при любом~~ ~~значении B~~

3. $\frac{a+b-c}{2c} + \frac{b+c-a}{2a} + \frac{a+c-b}{2b} \geq 0$

$\frac{a^2b + ab^2 - abc + b^2c + c^2b - abc + a^2c + ca^2 - abc}{2abc} \geq 0$

1б

$\frac{a^2b + ab^2 + b^2c + c^2b + a^2c + ca^2 - 3abc}{2abc} \geq 0$

$\frac{a^2b + ab^2 + b^2c + c^2b + a^2c + ca^2}{2abc} - \frac{3}{2} \geq 0$; $\frac{a^2b + ab^2 + b^2c + c^2b + a^2c + ca^2}{2abc} \geq \frac{3}{2}$ ?

ч.т.д

Место для скобы

Шифр 07471

4. $x^2+px-\frac{1}{2p^2}$ 1) Найдем $x_1$ и $x_2$: $D = p^2+\frac{4}{2p^2}$ $\sqrt{D} = \sqrt{\frac{2p^4+4}{2p^2}} = \frac{\sqrt{p^4+2}}{p}$

$x_1 = -p - \frac{\sqrt{p^4+2}}{p} : 2 = \frac{-p^2-\sqrt{p^4+2}}{2p}$ $x_2 = \frac{-p^2+\sqrt{p^4+2}}{2p}$

2) По теореме Виета: $x_1+x_2 = -p \Longleftrightarrow \frac{-p^2-\cancel{\sqrt{p^4+2}}-p^2+\cancel{\sqrt{p^4+2}}}{2p} = -p$

$\frac{-2p^2}{2p} = -p$

$-p=-p$ $\cancel{\Rightarrow p\in(-\infty;0)\cup(0}$

$\Rightarrow p\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

3) Найдем $x_1^4+x_2^4$:

$\left(\frac{-p^2-\sqrt{p^4+2}}{2p}\right)^4+\left(\frac{-p^2+\sqrt{p^4+2}}{2p}\right)^4 = \frac{(-p^2-\sqrt{p^4+2})^4+(-p^2+\sqrt{p^4+2})^4}{16p^4}$

4) Найдем значение знаменателя:

$(p^4+2p^2\sqrt{p^4+2}+p^4+2)^2+(p^4-2p^2\sqrt{p^4+2}+p^4+2)^2 =$

$=(2p^4+2p^2\sqrt{p^4+2}+2)^2+(2p^4-2p^2\sqrt{p^4+2}+2)^2=$

$=4p^8+4p^6\sqrt{p^4+2}+4p^4+4p^6\sqrt{p^4+2}+4p^4(p^4+2)+4p^2\sqrt{p^4+2}+4p^4+4p^2\sqrt{p^4+2}+4+4p^8$
$-4p^6\sqrt{p^4+2}+4p^4-4p^6\sqrt{p^4+2}+4p^4(p^4+2)-4p^2\sqrt{p^4+2}+4p^4-4p^2\sqrt{p^4+2}+4+4p^8=$

$=8p^8+8p^4+8p^4(p^4+2)+8p^2+8$

5) Подставим обратно в дробь $\frac{8p^8+8p^4+8p^4(p^4+2)+8p^2+8}{16p^4}=$

$=\frac{p^8+p^4+p^4(p^4+2)+\cancel{2}p^2+1}{2p^4}$

$=\frac{\cancel{p^8}\,2p^8+3p^4+p^2+1}{2p^4} = p^4+\frac{3}{2}+\frac{p^2+1}{2p^4}$

~~6) Найдем где $x_1^4+x_2^4=0$~~ ~~найдем где~~ 6) ~~найдем~~ ~~выражение~~ $\geq 0$ всегда

~~$p^4+\frac{3}{2}+\frac{p^2+1}{2p^4}=0 \mid \cdot 2p^4$~~

~~$p^4$~~

$p^4+\frac{3}{2}+\frac{p^2+1}{2p^4}\geq 0$

$\frac{p^4+p^2+1}{2p^4}\geq -\frac{3}{2}$; ~~$\frac{2p^8+p^2+1}{2p^4}\geq -\frac{3}{2}$~~

~~$\frac{p^2(2p^6+\cancel{4p}1)+1}{2p^4}\geq -\frac{3}{2}$~~

$\Rightarrow x_1^4+x_2^4\geq -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x_1^4+x_2^4\geq -$

~~$\frac{p^2(2p^6+1)}{2p^2}+\frac{1}{p^2}\geq -\frac{3}{2}$; $\frac{2p^6+1}{2p^2}+\frac{1}{p^2}\geq -2$; $\frac{2p^6}{p^2}+\frac{2}{p^2}\geq -2$~~

(14)

скобы

Шифр 07471

$\cancel{\frac{6p^8}{2p} + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} \geq 2}$ $\quad p^4 + \frac{3}{2} + \frac{p^2+1}{2p^4} \quad \frac{2p^8+p^2+1}{2p^4} + 1{,}5 =$

$\cancel{3p^3 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} \geq 2}$ $\quad \cancel{3p^3 + \frac{p+1}{p^2} \geq 2}$ $- \frac{2p^4(2p^4+1)+1}{2p^4} + 1{,}5 =$

$= \frac{2p^4+1}{2} + \frac{1}{2p^4} + 1{,}5 = p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 = \frac{2p^8+1}{2p^4} + 2 = \cancel{\frac{2p^8}{2p^2} + \frac{1}{p^2} + 2}$

$\cancel{= p^6 + \frac{1}{p^2} + 2 = \frac{p^8+1}{p^2} + 2 = \frac{p^8}{p} + \frac{1}{p} + 2 = \frac{p^8+1}{p} + 2}$

$\cancel{= p^8 + 1 + 2p^2}$ ~~Пусть~~ $\cancel{p^2 = t}$ ~~Пусть~~ $\cancel{p^2 = t;\ \frac{t^4+1}{t} + 2}$

$\cancel{t^4+1+2t}$ $\quad \cancel{\frac{t^3+1}{t} + 2} \ \Big| \cdot t$

$\cancel{= \frac{2p^8+1}{\sqrt{2}p^4}} \quad \cancel{\frac{2p^8}{\sqrt{2}p^4}} \quad \cancel{+2} =$ $\quad \cancel{t^3+2t+1}$

$\cancel{2p^2 \ 2p^4 \ \frac{1}{\sqrt{2}p^4} + 2}$ $\quad \cancel{t \ / \ t^3+2}$

$\cancel{= \frac{2p^8}{\sqrt{2}p^4} + \frac{1}{p}}$ $\quad 2p^8 + 3p^4 + p^2 + 1 = p^2(2p^6+3p^2+1)+1 =$

$= p^2(p^2(2p^4+3)+1)+1 \ \Big| : p^2$

$= p^2(2p^4+3)+1+\frac{1}{p^2} \ \Big| : p^2$

$= 2p^4+3+\frac{1}{p^2}+\frac{1}{p^4} \ \Big| : p^4$

$= 2 + \frac{3}{p^4} + \frac{1}{p^6} + \frac{1}{p^8} = 2 + \frac{3p^4+p^2+1}{p^8}$

$= 2 + \ldots$

$\Rightarrow x_1^4 + x_2^4 > 2$

9.0 ...