

Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

M-10-02


Шифр

1.	Предмет	математика																			
2.	Вариант	2																			
3.	Класс	10.																			
4.	Фамилия	Р	О	М	А	Н	О	В													
	Имя	Р	О	Д	И	О	Н														
	Отчество	А	М	И	Т	Р	И	Е	В	И	Ч										
5.	Дата рождения	1	8					1	2									2	0	0	5
		Число		Месяц		Год															
6.	Страна	Россия																			
7.	Регион (пр: Томская обл., Калининградская область)	Алтайский край																			
8.	Вид муниципального образования (пр: пгт, деревня, село, город)	город																			
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Зарянец																			
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	КФУ «ИИЭТ №24»																			

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Дол

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
22	31.03.2022	Леонов В.С.	

111

$$2025x^2 - 100xy + 3 - y^2 = 0, \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

$$y^2 + 100xy - 2025x^2 - 3 = 0.$$

Решим квадратное уравнение "y"

$$k = 50x$$

$$D_1 = k^2 - 4c = 2500x^2 + 2025x + 3 = d^2$$

Если $x, y \in \mathbb{Z}, d \in \mathbb{Z}$,

$$2500x^2 + 2025x + 3 = d^2, \quad \text{mod } 5.$$

$$3 = d^2 \pmod{5}, \quad d^2 \equiv 3 \pmod{5}.$$

mod 5

a	d ²
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

$\Rightarrow d^2 \equiv 3 \pmod{5}$ невозможна.

mod 5 $\nexists d \in \mathbb{Z}, \text{ mod } 5 \nexists y \in \mathbb{Z}$.

Ответ: Нет решений.

стр 1 из 5.

$$p(x) = (a-1)x^2 - (a-1)x + 2022$$

стр 2 из 5.

$$-2022 \leq p(x) \leq 2022 \quad x \in [0; 1]$$

I $a=1$: $0 + a + 2022 = 2022 \geq 2022 - \checkmark$

II $a \neq 1$

$$x_0 = \frac{1}{2a} = \frac{a-1}{2(a-1)} = \frac{1}{2}$$

$$y_0 = \frac{a-1}{4} - \frac{a-1}{2} + 2022 = \frac{a-1-2a+2}{4} + 2022 = \frac{-a+1}{4} + 2022$$

Если $a > 1$, то парабола ветви ~~вверх~~ вверх.

$$y_0 = \frac{-a+1}{4} + 2022 \leq 2022, \quad y_0 - \text{min точка}$$

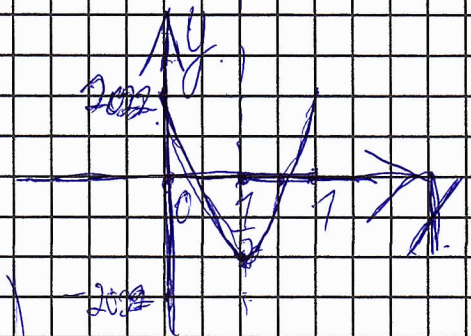
1) $\frac{-a+1}{4} + 2022 \geq -2022 \Leftrightarrow \frac{-a+1}{4} \geq -4044 \quad | \cdot 4$

(+) (7)

2) $-a+1 \geq -16176 \quad | \cdot (-1)$

4) $-a \geq -16177$

3) $a \leq 16177$ $a \leq 16177$



Если $y_0 \geq -2022$, то и эта же
граница точка ≥ 2022 ($y_0 - \text{min}$,

так как парабола ветви вверх).

Так как $x_0 = \frac{1}{2}$, и парабола ветви вверх,

то точки $x=0, x=1$ симметричны относительно

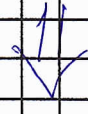
$x = \frac{1}{2}$. И $p(0) = p(1) = 2022 = \max$ значений на $x \in [0, 1]$.
Продолжение на стр 3.

см. 3.11.5.

Получили, что $p(0) = p(1) = 2022 - \max$.
при $X \in [0; 1]$ ($p(0) = 0 - 0 + 2022 = 2022$)

$$p(1) = a - 1 - a + 1 + 2022 = 2022$$

Итого $p(x) \leq 2022$ при $X \in [0; 1]$ и $a > 1$.
 $p(x) \geq -2022$ выразить a , когда $a = 16177$

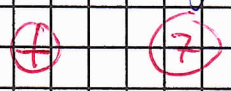


$$a_{\max} = 16177$$

Итого $a_{\max} = 16177$

$$(a^2 + b^2 + c^2) \cdot (x^2 + y^2 + z^2) - (ax - bz)^2 - (by - cx)^2 - (cz - dy)^2 \geq 0 - ?$$

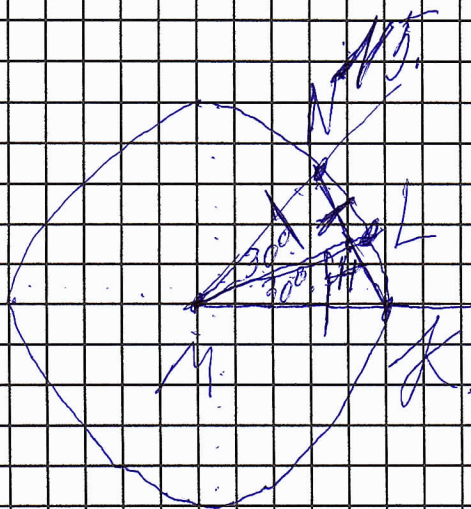
$$\begin{aligned} & a^2 x^2 + a^2 y^2 + a^2 z^2 + b^2 x^2 + b^2 y^2 + b^2 z^2 + c^2 x^2 + c^2 y^2 + c^2 z^2 \\ & - a^2 x^2 - b^2 x^2 - b^2 y^2 - c^2 y^2 - c^2 z^2 - a^2 z^2 + 2axbz + 2bycx + \\ & + 2czdy = a^2 z^2 + b^2 x^2 + y^2 c^2 + 2axbz + 2bycx + \\ & + 2czdy = (az + bx + cy)^2 \end{aligned}$$



$$(az + bx + cy)^2 \geq 0$$

Доказано.

стр. 4 из 5



$$\begin{aligned} MN + MK &= ? \\ S_{MNK} &= 49 \\ \angle LMN &= 30^\circ \end{aligned}$$

M - центр окружности!



Так как ML - диаметр и $\angle LMN = 30^\circ$, то $\angle MNK = 60^\circ$.

$\triangle MNK$ - равнобедренный,

$$\begin{aligned} 1) \angle MNK = 60^\circ & \Rightarrow MN = MK = NK = R \\ 2) MN = MK = R & \Rightarrow \end{aligned}$$

Пусть H - точка пересечения NK и ML, тогда $\angle MHN = 90^\circ$ ($\triangle MNK$ - равнобедренный, ML - диаметр).

$$S_{MNK} = \frac{ML \cdot NK}{2} \cdot \sin \angle MHN = \frac{R \cdot R}{2} \cdot 1 = \frac{R^2}{2} = 49$$

$$R^2 = 98 \quad R = 7\sqrt{2} = MN = MK = ML = NK$$

$$MN + MK = 2R = 14\sqrt{2}$$

Ответ: $14\sqrt{2}$

113

стр 5 из 5

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$d^3 - 2020d + 1010 = 0$$

$$b^3 - 2020b + 1010 = 0$$

$$c^3 - 2020c + 1010 = 0$$

Пусть $x^3 - 2020x + 1010 = 0$ тогда $d, b, c = \text{корни}$

То м. Вектор d, b, c колл.

$$d + b + c = 0$$

$$db + dc + bc = -2020$$

$$abc = -1010$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bca + acb + abc}{abc}$$

(+)

(7)

$$\frac{bca + acb + abc}{abc} = \frac{-2020}{-1010} = 2$$

Ответ: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$