Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03562

Шифр

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11 10? решается вариант 10 класса
4.	Фамилия	РЕУТ
	Имя	ДМИТРИЙ
	Отчество	ГРИГОРЬЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 22; Месяц: 06; Год: 2004
6.	Страна	Российская федирация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Красноярский край
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Железногорск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ Гимназия №96

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 03562

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15		Емельянова	[illegible]

1	2	3	4	5	Σ
7	5	-	-	3	15

N 1

обозначим сумму $1!+2!+3!+...+n!$ на $f(n)$, а n^2 на $g(n)$, тогда числовые значения n должны быть такие, что $f(n)=g(n)$. $n \in R$

Найдем значения формул для $n=1$; $f(1)=1!=1$

$g(1)=1^2=1 \Rightarrow f(n)=g(n) \Rightarrow$ значение $n=1$ - числовое

Найдем значения формул для $n=2$

$f(2)=1!+2!=3$; $g(2)=2^2=4$; $\Rightarrow f(n)\neq g(n)$, $n=2$ - не является числом

Найдем значение формул для $n=3$,

$f(3)=1!+2!+3!=9$; $g(3)=3^2=9 \Rightarrow f(n)=g(n) \Rightarrow$

значение $n=3$ - числовое.

Докажем, что при $n>3$, значения n числовые не будут удовлетворять условию $f(n)=g(n)$

n не будет удовлетворять условию $f(n)=g(n)$ на промежутке $n\in(3;+\infty)$, если прирост функции $f(n)$ с каждым шагом больше прироста функции $g(n)$, т.е. $n!>n^2-(n-1)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow n!>n^2-n^2+2n-1 \Rightarrow n!>2n-1 \Rightarrow n((n-1)!-2)>-1$

т.к. $n\in(3;+\infty)$, то n - неотрицательное число, и $(n-1)!-2$ - так же неотрицательное число, т.к.

Шифр 03562

минимальное значение этого выражения равно
$(4-1)!-2=6-2=4>0 \Rightarrow$ Неравенство верно $\Rightarrow$
прирост функции $f(n)$ > прироста функции $g(n) \Rightarrow$
при $n \geq 3$, искомых значений не существует.
Ответ: 1; 3

N2

$$\begin{cases} p(x)=(a+1)x^2-(a+1)x+2022 \quad a_{max}=? \\ -2022 \leq p(x) \leq 2022 \\ x \in [0;1] \end{cases}$$

$p(x)=x(a+1)(x-1)+2022$

$$\begin{cases} -2022 \leq x(a+1)(x-1)+2022 \leq 2022 \\ x \in [0;1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4044 \leq x(a+1)(x-1) \leq 0 \\ x \in [0;1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1)\ x(a+1)(x-1) \leq 0 \\ 2)\ -4044 \leq x(a+1)(x-1) \\ x \in [0;1] \end{cases}$$

1) т.к. $x \in [0;1]$, то $(x-1) \leq 0$ при любом значении x
$x \geq 0$ при любом значении $x \Rightarrow (+)(a+1)(-) \leq 0$
$\Rightarrow (a+1) \geq 0$ при $x \in (0;1)$ и $(a+1) \in R$ при $x=0;1 \Rightarrow$

$$\left[\begin{cases} x \in (0;1) \\ a \geq -1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x \in \{0;1\} \\ a \in R \end{cases}\right.$$

скобы

Шифр 03562

② $x(a+1)(x-1)\geq -4044$

$ax^2-ax+x^2-x+4044=0$

$(a+1)x^2-(a+1)x+4044=0$

$D=a^2+2a+1-(4a+4)(4044)=a^2+2a-16176a+16176=$

$=a^2-16174a-16176 \Rightarrow x=\frac{(a+1)\pm\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)}=$

$=0,5\pm\frac{\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)} \Rightarrow 0\geq 0,5\pm\frac{\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)}\geq 1$

ОДЗ: $a\neq 1$

$a\in(-\infty;-1]\cup[16175;+\infty)$

1) $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ a\in R \end{array}\right.$

2) $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ a\in R \end{array}\right.$

3) $\left[\begin{array}{l} x\in(0;1) \\ a\geq -1 \\ 0\leq 0,5\pm\frac{\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)}\leq 1 \end{array}\right.$

① $x=0$;

$0,5\pm\frac{\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)}=0 \;\Big|\cdot 2(a+1) \Rightarrow (a+1)\pm\sqrt{a^2-16174a-16176}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pm\sqrt{a^2-16174a-16176}=-(a+1) \;\Big|\,^2 \Rightarrow 16176a=-16177 \Rightarrow$

$\Rightarrow a=-\frac{16177}{16176}\in R$

$\in$ ОДЗ

② $x=1$

$0,5\pm\frac{\sqrt{a^2-16174a-16176}}{2(a+1)}=1 \;\Big|\cdot 2(a+1) \Rightarrow \pm\sqrt{a^2-16174a-16176}=a+1 \;\Big|\,^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16176a=-16177 \Rightarrow a=-\frac{16177}{16176}$ (совпадает с а в 1случае.

③ $x \in (0;1)$

$0 < 0{,}5 \pm \sqrt{a^2-161749a-16176} < 1 \quad | -0{,}5$

$-0{,}5 < \pm\sqrt{a^2-161749a-16176} < 0{,}5 \quad |\ ^2 \Rightarrow 0 < \dfrac{a^2-161749a-16176}{(a+1)^2} < 0{,}25$

$$\begin{cases} \dfrac{a^2-161749a-16176-0{,}25a^2-0{,}5a-0{,}25}{(a+1)^2} \le 0 \\ \dfrac{a^2-161749a-16176}{(a+1)^2} \ge 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ① \dfrac{0{,}75a^2-161749{,}5a-16176{,}5}{(a+1)^2} \le 0 \\ ② \dfrac{a^2-161749a-16176}{(a+1)^2} \ge 0 \end{cases}$$

① $D = 26166297\ldots \approx (16176{,}00012)^2$

$a_1 = \dfrac{161749{,}5 - 16176{,}00012}{1{,}5}$ $\quad a_2 = \dfrac{161749{,}5 + 16176{,}00012}{1{,}5}$

$a_1 = -1$ $\quad a_2 = 21566$

$\dfrac{(a+1)(a-21566)}{(a+1)^2} < 0$ Найдем решение неравенства методом интервалов

$f(a) = \dfrac{(a+1)(a-21566)}{(a+1)^2} = 0 \quad f(0) < 0$

$+ \quad -1 \quad - \quad 21566 \quad + \quad a$

$a \in (-1; 21566)$

② $D = 2166238\ldots \approx (16176{,}00012)^2 \Rightarrow a_1 \approx -1 \quad a_2 \approx 16175$

$\dfrac{(a+1)(a-16175)}{(a+1)^2} > 0$ Найдем решение неравенства методом интервалов

$f(a) = \dfrac{(a+1)(a-16175)}{(a+1)^2} = 0 \quad f(0) < 0$

$+ \quad -1 \quad - \quad 16175 \quad + \quad a$

$a \in (-\infty; -1) \cup (16175; +\infty)$

Место для скобы

Найдем решение системы.

$a \in (16175; 21566)$

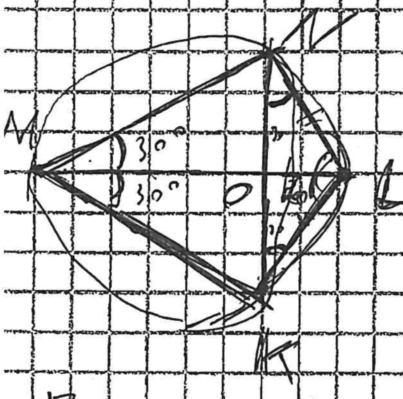
Найдем все решения для a в изначальном уравнении на промежутке $x \in [0; \pi]$

$a \in \left\{-\frac{16177}{16176}\right\} \cup (16175; 21566)$

$a_{max} = 21566$

Ответ: $a_{max} = 21566$

№5



Дано: ML – биссектриса $\angle NMK$, $\angle NML = 30°$

$S_{MNLK} = 25$; $\omega(O;R)$ и $\angle MNK$ – м, N, K, L

Найти MNLK

Решение

Пусть $NK \cap ML = O$

Т.к. ML – биссектриса KMN $\Rightarrow \angle LMK = \angle LMN = 30°$

MNLK – вписанный $\Rightarrow \angle NMK + \angle NLK = 180° \Rightarrow \angle NLK = 120°$

$\angle LMN = \angle LMK \Rightarrow NL = LK$ – хорды равных дуг

$\Rightarrow \triangle NLK$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle LNK = \angle LKN = 30°$

$\angle MNK = \angle MLK = \alpha$, тогда $\angle MKL = 180 - \alpha$, $\angle MNL = 180 - \alpha$

$\Rightarrow \angle MOK = 180 - 30 - 180 + \alpha = \alpha + 30 \Rightarrow \angle NOL = 180 - \alpha - 30 = 180 - \alpha = \angle LKN$

$\Rightarrow \triangle MOK \sim \triangle NOL$ – по 2 углам ($\angle NMK = 30° = \angle LNK$ и $\angle MKN = \angle LKN$)