Министерство науки и высшего образования РФ

Совет ректоров вузов Томской области

Открытая региональная межвузовская олимпиада

2023-2024

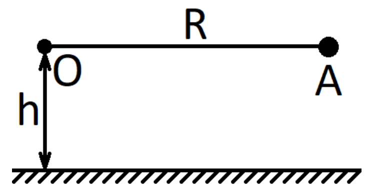
ФИЗИКА

10 класс

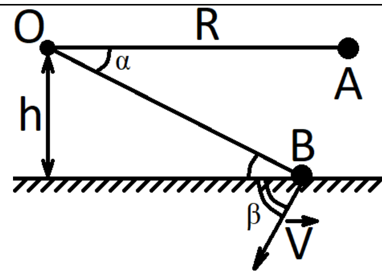
1 Вариант. II этап.

Задача 1

Небольшой упругий шарик А закреплён на одном конце невесомой и нерастяжимой нити длиной R. Второй конец нити закреплён в точке О, находящейся на высоте h от пола. При каком соотношении h и R расстояние между точками первого и второго соударений шарика о пол будет максимальным? Чему будет равно это расстояние L?



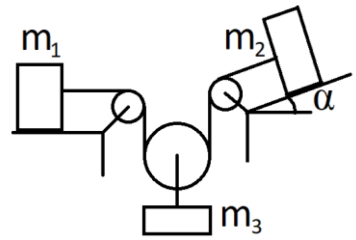
Решение:

Комментарии к <u>возможному</u> решению	Баллы
	
1) Определена скорость шарика при соударении с полом: $V = \sqrt{2gh}$	2
2) Определён угол между направлением скорости шарика до удара и горизонталью: $$\beta = \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{h}{R}$$	2
3) Определена дальность полета шарика до второго соударения о пол: $$L = 4\frac{h^2}{R}\sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}$$ Для получения этого результата необходимо рассмотреть кинематику баллистического движения шарика, поскольку до следующего соударения о пол нить будет ненатянутой: $$v_x = V\cos\beta\,, v_y = V\sin\beta\,, t = \frac{2v_y}{g}$$ $$L = v_x t = V\cos\beta\,\frac{2V\sin\beta}{g} = 4h\sin\beta\cos\beta$$	6
4) Определено наибольшее возможное расстояние между точками соударения шарика о пол, при котором нить не будет натянута: $S = 2R\cos\alpha = 2R\sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}$	3
5) Определено отношение $\frac{h}{R}$, при котором $S = L$: $\frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	2
6) Определено L при $\frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$: $L = \sqrt{2}R$	2
7) При $\frac{h}{R}$ немного большем, чем $\frac{1}{\sqrt{2}}$, например, 0.71, $L > S$, но при этом нить натянется раньше, чем шарик ударится о пол. Поэтому максимальное расстояние $L = \sqrt{2}R$ между первым и вторым соударением достигается при $\frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$:	3

Примечание. Исследование функции 3) на экстремум, даёт максимум при $\frac{h}{R} = \sqrt{\frac{2}{3}}$, однако, в этом случае нить натянется раньше, чем шарик ударится о пол.	
Итого	20

Задача 2

Грузы массами m_1, m_2 и m_3 связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Груз массы m_1 находится на горизонтальной поверхности, груз массы m_2 – на плоскости, составляющей угол α с горизонтом, а груз массы m_3 с помощью нити закреплён на оси блока.



1) Система находится в равновесии. Определите коэффициент трения грузов о плоскости μ, считая его одинаковым для каждого груза. Найдите силы натяжения нитей.

2) Считая плоскости гладкими, определите ускорения a_1, a_2 и a_3 грузов массами m_1, m_2 и m_3, соответственно. Ускорение свободного падения g считайте известным.

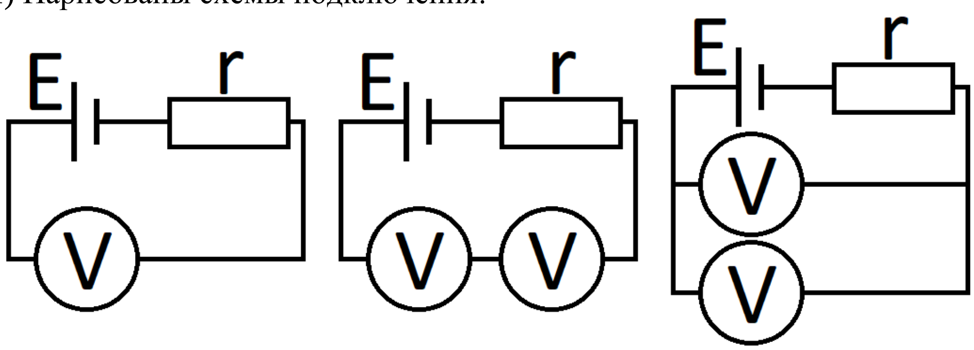
Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Определена сила натяжения нити, соединяющей блок и груз массы m_3: $T_{01} = m_3 g$	1
2) Определена сила натяжения нити, перекинутой через блоки: $T_{02} = \frac{1}{2}T_{01} = \frac{1}{2}m_3 g$	1
3) Определено минимальное значение коэффициента трения, при котором груз массы m_1 будет оставаться в покое: $\mu_1 = \frac{m_3}{2m_1}$	2
4) Определено минимальное значение коэффициента трения, при котором груз массы m_2 будет оставаться в покое: $\mu_2 = \operatorname{tg}\alpha + \frac{m_3}{2m_2\cos\alpha}$	2
5) Дан итоговый ответ: $\mu = Max(\frac{m_3}{2m_1}, \operatorname{tg}\alpha + \frac{m_3}{2m_2\cos\alpha})$	2
6) Записан второй закон Ньютона для груза массы m_1: $m_1 a_1 = T_1$	1
7) Записан второй закон Ньютона для груза массы m_2: $m_2 a_2 = T_1 + m_2 g \sin\alpha$	1
8) Записан второй закон Ньютона для груза массы m_3: $m_3 a_3 = m_3 g - T_2$	1
9) Записан второй закон Ньютона для невесомого блока: $0 = 2T_1 - T_2$	1
10) Записано условие кинематической связи (нить нерастяжима): $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}$	2
11) Решая 6)-10) совместно, найдено a_1: $$a_1 = g\frac{2 - \sin\alpha}{1 + \frac{m_1}{m_2} + 4\frac{m_1}{m_3}}$$	2
12) Решая 6)-10) совместно, найдено a_2: $$a_2 = g\frac{\frac{\sin\alpha}{m_1} + \frac{2}{m_2} + \frac{4\sin\alpha}{m_3}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{m_3}}$$	2
13) Решая 6)-10) совместно, найдено a_3: $$a_3 = g\frac{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{2\sin\alpha}{m_3}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{m_3}}$$	2
Итого	20

Задача 3

В распоряжении инженера Ивана имеются два одинаковых вольтметра и нормальный элемент Вестона (стабильный источник постоянного напряжения) к которому неотъемлемым образом последовательно подключён резистор неизвестного сопротивления, который ограничивает величину тока, протекающего через элемент Вестона. Если к элементу подключить один вольтметр, то он покажет напряжение U_1. Если два вольтметра соединить последовательно друг с другом и с элементом в замкнутую цепь, то каждый вольтметр покажет напряжение U_2. Если же два вольтметра соединить параллельно, а уже к этой цепи последовательно подключить батарейку, то каждый вольтметр покажет напряжение U_3. Нарисуйте электрические схемы для каждого подключения. Определите ЭДС элемента Вестона $\mathcal{E}$. Как должны соотноситься между собой значения U_1, U_2 и U_3, чтобы вольтметр в условиях данной задачи можно было считать идеальным?

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Нарисованы схемы подключения: 	2+2+2
2) Указано условие, при котором вольтметры можно считать идеальными: $$U_1 = U_3 = 2U_2$$	4
Пусть r – сопротивление резистора, соединённого последовательно с элементом Вестона, R_V – сопротивление вольтметра.	
3) Определены показания вольтметра в первой схеме: $$U_1 = R_V \frac{\mathcal{E}}{r + R_V}$$	2
4) Определены показания вольтметра во второй схеме: $$U_2 = R_V \frac{\mathcal{E}}{r + 2R_V}$$	2
5) Определены показания вольтметра в третьей схеме: $$U_3 = R_V \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R_V}{2}} = R_V \frac{\mathcal{E}}{2r + R_V}$$	2
6) Решая совместно 3) - 5) получено искомое ЭДС элемента Вестона: $$\mathcal{E} = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = \frac{U_1 U_3}{2U_3 - U_1} = \frac{3U_2 U_3}{2U_3 - U_2}$$ Возможны и другие вариации ответа, поскольку для удовлетворения условия задачи должно быть выполнено: $$\frac{3}{U_1} = \frac{1}{U_2} + \frac{1}{U_3}$$	4
Итого	20

Задача 4

Над одноатомным газом в количестве вещества ν молей, провели процесс нагревания от температуры T_1 до температуры T_2. При этом объём газа зависел от его абсолютной температуры по закону: $V = \alpha\sqrt{T}$, где α – известная постоянная. Какое количество тепла Q подвели к газу в этом процессе? Какое «КПД» газа η в этом процессе, т.е. отношение совершённой работы к подведённому теплу? Какая средняя молярная теплоёмкость C газа в этом процессе? Является ли эта теплоёмкость постоянной на протяжении всего процесса?

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
В силу особенности разных подходов к решению критерии могут быть зачтены не в порядке возрастания порядкового номера.	
1) Определено изменение внутренней энергии газа в указанном процессе: $$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$$	3
2) Показано, что: $P = \frac{\nu R}{\alpha}\sqrt{T}$, либо $P = \frac{\nu R}{\alpha^2}V$, либо указано, что указанный процесс – это политропный процесс с показателем политропы $n = -1$	2
3) Определена работа газа: $A = \frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1)$ Способ 1. Работа определена как площадь под графиком процесса в координатах (P, V) – в данном случае это площадь трапеции. $A = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)(V_2 - V_1)$ Способ 2. Работа определена с помощью первого начала термодинамики, при этом подведённое тепло 4) ранее определено через политропический процесс.	3
4) Определено количество подведённой к газу теплоты: $Q = 2\nu R(T_2 - T_1)$ Способ 1. Применено первое начало термодинамики $Q = A + \Delta U$ и 1) и 3). Способ 2. Количество подведённой к газу теплоты определено $Q = \nu C(T_2 - T_1)$, где C – теплоёмкость газа была ранее определена по свойствам политропического процесса 5)	3
5) Определена средняя теплоёмкость газа в процессе: $C = 2R$ Способ 1. По определению молярной теплоёмкости $C = \frac{Q}{\nu(T_2 - T_1)}$. Способ 2. Согласно 2), указанный процесс $PV^{-1} = \frac{\nu R}{\alpha^2}$ – это политропический процесс $PV^n = const$ с показателем политропы $n = -1$. Показатель политропы связан с теплоёмкостью газа: $n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$, где $C_P = \frac{5}{2}R$ и $C_V = \frac{3}{2}R$ – теплоёмкости газа при постоянном давлении и постоянном объёме, соответственно.	3
6) Определено $$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1}{4} = 25\%$$	3
7) Доказано, что в данном процессе теплоёмкость газа – величина постоянная. Способ 1. Выражения 1), 3) и 4) справедливы для любого малого интервала изменения температур, поэтому в любой точке процесса теплоёмкость газа одинакова, а значит постоянна. Способ 2. Достаточно указать, что данный процесс – политропический, а во всех приличных политропических процессах теплоёмкость газа постоянная. Вывод этого утверждения не требуется, в силу того, что это широко известный факт. Однако, любой человек, способный этот факт доказать, достоин похвалы.	3
Итого	20

Задача 5

Три небольших груза массами m, $2m$ и $3m$ находятся на наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения скольжения каждого из грузов о плоскость равен $\mu = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Грузы попарно соединены двумя одинаковыми пружинами жёсткости k, имеющими длину L_0 в недеформированном состоянии. Определите наибольшее расстояние L между крайними грузами, при котором система будет находится в равновесии.

Решение:

<table>
<tr><td colspan="4">Комментарии к <u>возможному</u> решению</td><td>Баллы</td></tr>
<tr><td colspan="4">1) Определено максимальное значение силы трения для каждого груза ($i = 1 \div 3$):
$$F_{i\,\text{Тр}\,max} = \mu N_i = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha\;\; i\,mg\cos\alpha = 2\,i\,mg\sin\alpha$$
Можно получить, определив величину силы реакции опоры:
$$N_i = img\cos\alpha$$
$$F_{i\,\text{Тр}\,max} = \mu N_i = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha\, i\,mg\cos\alpha = 2\,i\,mg\sin\alpha$$</td><td>1+1+1</td></tr>
<tr><td colspan="4">2) Для каждого груза определена максимальная величина результирующей внешней силы, действующей на груз <u>вниз</u> вдоль наклонной плоскости, при которой груз всё ещё будет находиться в равновесии:
$$F_{1D\,max} = 2mg\sin\alpha - mg\sin\alpha = mg\sin\alpha$$
$$F_{2D\,max} = 4mg\sin\alpha - 2mg\sin\alpha = 2mg\sin\alpha$$
$$F_{3D\,max} = 6mg\sin\alpha - 3mg\sin\alpha = 3mg\sin\alpha$$</td><td>1+1+1</td></tr>
<tr><td colspan="4">3) Для каждого груза определена максимальная величина результирующей внешней силы, действующей на груз <u>вверх</u> вдоль наклонной плоскости, при которой груз всё ещё будет находиться в равновесии:
$$F_{1U\,max} = 2mg\sin\alpha + mg\sin\alpha = 3mg\sin\alpha$$
$$F_{2U\,max} = 4mg\sin\alpha + 2mg\sin\alpha = 6mg\sin\alpha$$
$$F_{3U\,max} = 6mg\sin\alpha + 3mg\sin\alpha = 9mg\sin\alpha$$</td><td>1+1+1</td></tr>
<tr><td colspan="4">4) Явно присутствует идея о том, что максимальное значение L достигается при наибольшем суммарном растяжении нижней x_1 и верхней x_2 пружин.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">5) Силы натяжения нижней и верхней пружин: $F_1 = kx_1, F_1 = kx_2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">6) Указано, что результирующая сила, действующая на нижний груз равна F_1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">7) Указано, что результирующая сила, действующая на верхний груз равна F_2</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">8) Указано, что результирующая сила, действующая на средний груз равна $F_1 - F_2$ с учётом направления</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">9) Обоснованным образом выбран верный порядок расположения грузов, при котором реализуется максимальное суммарное растяжение пружин, например, рассмотрены все случаи расположения грузов, в которых выбраны максимальные удлинения пружин:</td><td rowspan="9">5</td></tr>
<tr><td colspan="4">Введём обозначение $mg\sin\alpha = F$</td></tr>
<tr><td>Порядок грузов</td><td>F_1</td><td>F_1</td><td>$F_1 - F_2$, с уч.напр.</td></tr>
<tr><td>123</td><td>$3F$</td><td>$3F$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>132</td><td>$3F$</td><td>$2F$</td><td>F, вниз</td></tr>
<tr><td>213</td><td>$4F$</td><td>$3F$</td><td>F, вниз</td></tr>
<tr><td>231</td><td>$4F$</td><td>F</td><td>$3F$, вниз</td></tr>
<tr><td>312</td><td>$3F$</td><td>$2F$</td><td>F, вниз</td></tr>
<tr><td>321</td><td>$3F$</td><td>F</td><td>$2F$, вниз</td></tr>
<tr><td colspan="4">10) Определено L: $L = 2L_0 + x_1 + x_2 = 2L_0 + \frac{4F}{k} + \frac{3F}{k} = 2L_0 + \frac{7F}{k} = 2L_0 + \frac{7mg\sin\alpha}{k}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Итого</td><td>20</td></tr>
</table>

Оценка заданий №№ 1 – 5 по 20 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения. Решение оценивается поэтапно.

Желаем успеха!