**МАТЕМАТИКА (10 класс)**

**Заключительный этап (2020⎯2021)**

**Вариант 3**

1. Существует ли такое число, что все три числа

являются целыми?

**(7 баллов)**

**Ответ: не существует.**

**Решение:**

Допустим, что существует такое , что все три числа являются целыми.

Сложив первое число с третьим, получим , следовательно целое.

Но если сложить первое и второе, то получим , которое тоже должно быть целым, как разность двух целых чисел. Учитывая, что целое, приходим к тому, что должно быть целым, а это невозможно (в работе это должно быть показано любым способом – через остатки, четность (нечетность) и т.д.).

1. Решите систему уравнений

**(7 баллов)**

**Ответ: (), (), (),**

**Решение:**

Из третьего уравнения следует, что либо , либо Рассмотрим 2 возможных случая:

1. . Тогда первое и второе уравнения сводятся к . Следовательно, решениями в этом случае будут всевозможные наборы вида ⎯ (), (),
2. Тогда сложим первое уравнение и второе уравнения, получим , откуда Учитывая, что получим

. Затем подставляем в первое или второе уравнение и находим, что

1. Относительно квадратного трехчлена известно, что ,

. Чему равна сумма корней уравнения

1. **баллов)**

**Ответ: 3.**

**Решение:**

Выпишем квадратный трехчлен в общем виде:

.

Учитывая, что , , получим

Вычитая из второго уравнения первое уравнение, получим Подставляя последнее равенство в первое уравнение, получим Следовательно, уравнение

примет вид:

.

Так как , .

Следовательно, по теореме Виета сумма корней уравнения равна 3 (при условии, что корни существуют).

1. Докажите, что
2. **баллов)**

**Решение:** Пусть

Тогда

Так как для (в работе это должно быть доказано любым способом - неравенством о средних, ФСУ, методом интервалов, графиком и т.д.), то

1. В прямоугольном треугольнике c катетами , и гипотенузой проведена высота к гипотенузе. Возможно ли, чтобы сумма была меньше суммы ? Ответ объясните.

**(7 баллов)**

**Ответ: невозможно.**

**Решение:**

Допустим, что это возможно, а именно .

Вычисляя площадь прямоугольного треугольника двумя способами ,

получаем, что . Подставляя последнее равенство в неравенство, имеем

,

Приходим к противоречию, так как длина гипотезы больше длины каждого катета.

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении. |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |