07188

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ιет	Математика
нт	Вариант 1
	8 Б
ιия	РАЙСКИЙ
	СТЕПАН
тво	ИЛЬИЧ
ождения	25 (Число) 11 (Месяц) 2008 (Год)
а	Российская Федерация
ı (пр: Томская обл., инградская область)	Кемеровская область
ниципального образования ı, деревня, село, город)	город
енный пункт (пр: Томск, рво, Псков)	Кемерово
е наименование вательного учреждения, оом Вы обучаетесь в : время	МБНОУ „ГКЛ"

.сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____

Шифр 07188

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
4	4	7	6	–	21

Задача 3

$c \neq 0$

Доказать:

$\frac{a \cdot c^2 + b}{c} \geq 2\sqrt{a \cdot b}$. Перенесём c из левой в правую часть. И возведем всё в квадрат. $\Rightarrow$ $(ac^2 + b)^2 \geq 4abc^2$

Замена:

$a_1 = ac^2$, $a_1 \geq 0$

$b_1 = b$, $b_1 \geq 0$

Тогда нужно доказать, что: $(a_1 + b_1)^2 \geq 4a_1b_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1^2 + b_1^2 \geq 2a_1b_1 \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a_1 - b_1)^2 = a_1^2 - 2a_1b_1 + b_1^2$. $\Rightarrow (a_1 - b_1)^2 \geq 0$, Т.к как выражение в квадрате всегда больше либо равно 0, то мы доказали, что (обратная замена):

$\frac{ac^2 + b}{c} \geq 2\sqrt{ab}$ #

Задача 4.

Доказать:

① $x^2 - 2px + pq$, ② $x^2 - 2qx + pq$ имеют для любых p и q корень.

Найдем дискриминанты у обоих уравнений.

$D_1 = 4p^2 - 4pq$; $D_2 = 4q^2 - 4pq$, проведем анализ:

При $p = q$:

$D_1 = 0$, $D_2 = 0$ $\Rightarrow$ уравнения имеют корни

При $p < q$:

$D_1 < 0$, $D_2 \geq 0$, если p и q ≥ 0

$D_1 > 0$, $D_2 < 0$, если p и $q < 0$

скобы

Шифр 07188

При $p > q$:

$D_1 \geq 0$, $D_2 \leq 0$, если p и q ≥ 0

$D < 0$, $D_2 > 0$, если p и $q < 0$

В каждом из этих случаев, хотя бы одно выражение - трехчлен имеет решение. Т.к дискриминант ≥ 0. # ? недостаточно обосновано!

Задача 2.

Решение:

Пусть шоколадка - q_1, газировка - q_2, печенька - q_3. Тогда:

$$\begin{cases} ① \ 3q_1 + 4q_2 + 5q_3 \ \vdots \ 11 \\ ② \ 9q_1 + 1q_2 + 4q_3 \ \overset{?}{\vdots} \ 11 \end{cases}$$

. Умножим ① на 2, а ② на 3:

$$\begin{cases} ① \ 6q_1 + 8q_2 + 10q_3 \ \vdots \ 11 \\ ② \ 27q_1 + 3q_2 + 12q_3 \ \overset{?}{\vdots} \ 11 \end{cases}$$

. Тогда если сложить ① и ②, то оно будет делиться на 11, т.к все коэффициенты уравнения делятся на 11:

$33q_1 + 11q_2 + 22q_3 \ \vdots \ 11$, а т.к ① делится, то и второе выражение тоже обязано делиться на 11. Сумма покупки и Васи Маши > 11, т.к цена - целое число: $3+4+5 > 11$; $9+1+4 > 11$

$\Rightarrow$ Стоимость Машиной покупки обязана делиться на 11. # Поэтому Маша сможет расплатиться без сдачи

Ответ: да, сможет.

Задача 1.

Решение:

$2y^2 - 2xy + x + 9y - 2 = 0$

$y^2 + y^2 - 2xy + x^2 - x^2 + x + 9y - 2 = 0$ (Разобьем $2y^2$ на $y^2 + y^2$, $x^2 - x^2$)

$(y - x)^2 + (y - x)(y + x) + x + 9y - 2 = 0$. Тогда: $2y(y - x) + x + 9y - 2 = 0$

Место для скобы

Шифр 07188

Подставим $y = 0$, тогда $\cancel{x+2=0}$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

~~1-ое Решение (0, 2)~~ Второе решение - Нецелое: Если $x = y$, то

$2y(y - x) + x + 9y + 2 = 0$

$10x = 2 \Rightarrow x = 0.2$; $y = 0.2$ - нецелое решение

Ответ: $y = 0$, $x = 2$

Задача 5.