

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ОРМО-1-31

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																				
2.	Вариант	2																				
3.	Класс	10																				
4.	Фамилия	Р	А	Й	К	О	В															
	Имя	Я	Р	О	С	Л	А	В														
	Отчество	Д	М	И	Т	Р	И	Е	В	И	Ч											
5.	Дата рождения	0	8					0	5					2	0	0	4					
		Число		Месяц		Год																
6.	Страна	Россия																				
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Свердловская область																				
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																				
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Екатеринбург																				
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	СУНЦь ЧРФУ																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись _____



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
24		Травинкина Т.А.	Траф

1.

$$(1) = \sqrt{x^2 + 2020} - x$$

$$2 \cdot (1) + (2) + (3) \in \mathbb{Z}$$

$$(2) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2020}$$

$$2 \cdot (1) + (2) + (3) = \sqrt{x^2 + 2}$$

$$(3) = 2x - \sqrt{x^2 + 2020}$$

$$\sqrt{x^2 + 2} \in \mathbb{Z}$$

$$(1) + (3) \in \mathbb{Z}$$

$$(1) + (3) = x \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2 + 2} \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x^2 + 2} = n \\ \Rightarrow x^2 + 2 = n^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{Z} \\ n \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \pm \sqrt{n^2 - 2} \\ x \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

невозможное

⇒

6

Ответ: не существует.

3.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad - \text{парабола}$$

$$f(0) + f(1) = f(2) + f(3)$$

$$c + a + b + c = 4a + 2b + c + 9a + 3b$$

$$12a + 4b = 0$$

$$3a + b = 0$$

$$b = -3a$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2c + a - 3a = 0 \\ 2c + 4a - 6a + 9a - 3a = 0 \end{array} \right. \Rightarrow c = a$$

$$f(x) = ax^2 - 3ax + a = a(x^2 - 3x + 1)$$

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

$$a(x-3x+1) = 2020$$

S - сумма корней

$a \neq 0$ $a = 0 \Rightarrow$ решений нет

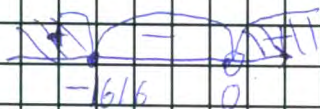
$$x^2 - 3x + 1 = \frac{2020}{a}$$

$$x^2 - 3x + \frac{a-2020}{a} = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot \frac{a-2020}{a} = \frac{5a+8080}{a} \geq 0$$

Сумма корней нет

$$\frac{5a+8080}{a} \geq 0$$



Пусто $\sqrt{\frac{5a+8080}{a}} \rightarrow \infty$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3-m}{2} \\ x_2 = \frac{3+m}{2} \end{cases}$$

$$a \in (-\infty; -1616) \cup (0; +\infty)$$

5

$$S = x_1 + x_2 = \frac{3-m}{2} + \frac{3+m}{2} = 3$$

Ответ: $S = 3$

5

S - площадь

Пусто $n \geq m$

$$S = \frac{m \cdot n}{2} = \frac{k \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{m \cdot n}{k}$$

m, n, k, h - длины, поэтому они > 0

$$m+n > k+h \Rightarrow k + \frac{m \cdot n}{k} - m - n < 0 \quad | \cdot k \text{ т.к. } k > 0 \text{ и не сокращаем}$$

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

$$k^2 - k(m+n) + mn < 0$$

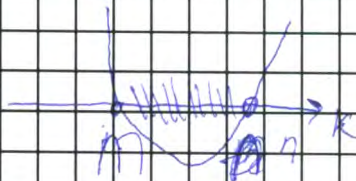
$$k^2 - k(m+n) + mn = 0$$

$$D = (m+n)^2 - 4mn = (m-n)^2$$

$$k_1 = \frac{m+n - (m-n)}{2} = n$$

$$k_2 = \frac{m+n + (m-n)}{2} = m$$

$$k^2 - k(m+n) + mn < 0$$



т.к. $y = k^2 - k(m+n) + mn$
- парабола, ветви ↑

$k \in (m; n)$, что невозможно, т.к. k - целоточку SA

Ответ: невозможно.

32.

$$\begin{cases} 5xy + yz + 2xz = -x \\ 14xy + 3yz + 5xz = -4x \\ 2xy + xz = 4x \end{cases}$$

$$6xy + yz + 3xz = 0$$

$$3x(y+z) = -yz$$

если $(z+2y)-y=0$:

$$\begin{cases} x(5y+2z+1) = -yz & (1) \\ x(14y+5z+4) = -3yz & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(15y+6z+3) = -3yz \\ x(14y+5z+4) = -3yz \end{cases}$$

$$x(y+z-1) = 0$$

$$\begin{cases} 20xy + 4yz + 8xz = -4x \\ 14xy + 3yz + 5xz = -4x \\ x(2y+z-4) = 0 \end{cases}$$

$$x(2y+z-4) = 0$$

$$x = 0$$

$$2y+z-4=0$$

$$\begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ z = -2 \end{cases}$$

представим в
(1) и (2)

$$\begin{cases} x \cdot (15 - 4 + 1) = -1(-2) \cdot 3 \\ x(52 - 10 + 4) = -3(2 \cdot 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{18}{40} \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

аргумент

если $x = 0$:

~~$$(y - z) = 0$$~~

т.е. в каждом уравнении есть множитель x ,

и в первом x сразу отбрасываем

$$\begin{cases} yz = 0 \\ 3yz = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$yz = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z \in \mathbb{R} \\ y \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$$

6

Умножим: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z \in \mathbb{R} \end{cases}$

или

$$\begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$$