Место для скобы

ОРМО Б-23
М-676

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	2 курс лицея
4.	Фамилия	РАХИМБЕРДИЕВ
	Имя	ИКБОЛЖОН
	Отчество	ХУРСАНБЕК УГЛИ
5.	Дата рождения	Число: 10; Месяц: 04; Год: 2005
6.	Страна	Узбекистан
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ташкент
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	Академический лицей компьютерных технологии при ТГТУ.

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись

Место для скобы

Шифр ОРМО 9-23 М-676

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
22	31.03	Коршунова Е.Е.	[illegible]

(1) $2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

$2x^2(1+z)^2+(z^2+1)+7(y^2-6y+9)-63+33=0$

$(2x^2+1)(1+z^2)+7(y-3)^2=31$

$y=3 \quad 7\cdot 0=0$ — $(2x^2+1)(z^2+1)=31 \ \varnothing$

$\begin{cases} y=2 \\ y=4 \end{cases} \quad 7\cdot1=7$? — $(2x^2+1)(z^2+1)=24 \ \varnothing$

$\begin{cases} y=1 \\ y=5 \end{cases} \quad \begin{matrix} 7\cdot4=28 \\ 7\cdot 9=63 \ \varnothing \end{matrix}$ — $(2x^2+1)(z^2+1)=3$

$\begin{cases} 2x^2+1=3 \\ z^2+1=1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1=1,\ x_2=-1 \\ z=0 \end{matrix}$

коммент.

$\begin{cases} 2x^2+1=1 \\ z^2+1=3 \end{cases} \ \varnothing \qquad \begin{matrix} (1;1;0) & (-1;1;0) \\ (1;5;0) & (-1;5;0) \end{matrix}$ $\pm$

(4)

$ax^3-ax^2+bx+b=0$

1	2	3	4	5	Σ
4	2	5	7	4	22

$\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1\cdot x_2+x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3=\frac{b}{a} \end{cases}$

$(x_1+x_2+x_3)\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1\left(\frac{x_2\cdot x_3+x_1x_3+x_1x_3}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}\right)=\frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}=-1$

+

(3) $\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$

$\begin{cases} a+b=x \\ b+c=y \\ a+c=z \end{cases} \Rightarrow a+b+c=\frac{x+y+z}{2}, \begin{cases} a=\frac{x+z-y}{2} \\ b=\frac{x+y-z}{2} \\ c=\frac{-x+y+z}{2} \end{cases}$

$\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{-x+y+z}{2x}+\frac{x+y-z}{2z}+\frac{x+z-y}{2y}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{y}-1+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}-1+\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\right.$

$\left.+(-1)\right)=\frac{1}{3}\left(\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\left(\frac{z}{y}+\frac{y}{z}\right)+\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)-3\right)\geq\frac{1}{3}\left(2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}}+2\sqrt{\frac{z}{y}\cdot\frac{y}{z}}+2\sqrt{\frac{x}{z}\cdot\frac{z}{x}}\right)=$

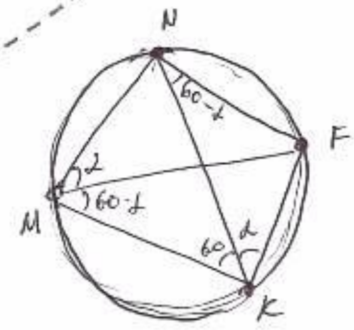
$=\frac{1}{3}(2\cdot1+2\cdot1+2\cdot1-3)=\frac{1}{3}(6-3)=1$ $\quad \Big| \ \frac{2a}{}+\frac{2b}{}\cdot 2c$

коммент.

Место для скобы

Шифр

5.



$$\frac{MF}{\sin(60+\alpha)}=2R \qquad \frac{NF}{\sin\alpha}=2R \qquad \frac{FK}{\sin(60-\alpha)}=2R$$

$$MF=2R\sin(60+\alpha)$$
$$NF=2R\sin\alpha$$
$$FK=2R\sin(60-\alpha)$$
$$MF^4+NF^4+FK^4=16R^4\left[\sin^4(60+\alpha)+\sin^4\alpha+\sin^4(60-\alpha)\right]$$

$$\sin^4(60+\alpha)+\sin^4\alpha+\sin^4(60-\alpha)=\left(\frac{1-\cos(120+2\alpha)}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\cos(120-2\alpha)}{2}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right)^2=\frac{1-2\cos(120+2\alpha)+\cos^2(120+2\alpha)}{4}+\frac{1-2\cos(120-2\alpha)+\cos^2(120-2\alpha)}{4}+$$

$$+\frac{1-2\cos 2\alpha+\cos^2 2\alpha}{4}=\frac{1-2\cos(120+2\alpha)+\frac{1+\cos(240+4\alpha)}{2}}{4}+\frac{1-2\cos(120-2\alpha)}{4}+$$

$$+\frac{\frac{1+\cos(240-4\alpha)}{2}}{4}+\frac{1-2\cos^2\alpha+\frac{1+\cos 4\alpha}{2}}{4}=$$

$$=\frac{3-4\cos(120+2\alpha)+\cos(240+4\alpha)+3-4\cos(120-2\alpha)+\cos(240-4\alpha)+3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}{8}=$$

$$=\frac{9-4\left(\cos(120+2\alpha)+\cos(120-2\alpha)+\cos 2\alpha\right)+\cos(240+4\alpha)+\cos(240-4\alpha)+\cos 4\alpha}{8}=$$

sin куда делись? [illegible].

$$=\frac{9-4\left(2\cos 120\cdot\cos 2\alpha+\cos 2\alpha\right)+8\cos 240\cdot\cos 4\alpha+\cos 4\alpha}{8}=$$

$$=\frac{9-4(-\cancel{\cos 2\alpha}+\cancel{\cos 2\alpha})-\cancel{\cos 4\alpha}+\cancel{\cos 4\alpha}}{8}=\frac{9}{8}$$

$$MF^4+NF^4+FK^4=16R^4\cdot\frac{9}{8}=2\cdot 9\cdot R^4=18R^4$$

2. $2^{\ln(x^2-2023)}=\ln 2^{x^2-2022}$

$\ln(x^2-2023)=a \Rightarrow 2^a=\ln 2^{e^a+1} \Rightarrow 2^a=(e^a+1)\ln 2 \Rightarrow \frac{2^a}{e^a+1}=\ln 2$

$f(a)=\frac{2^a}{e^a+1}$

$$f'(a)=\frac{2^a\ln 2\cdot(e^a+1)-2^a e^a}{(e^a+1)^2}=\frac{2^a}{(e^a+1)^2}\left((e^a+1)\ln 2-e^a\right)=0$$

7

Место для скобы

Шифр

$$1-\frac{1}{e^a-1}=\ln 2 \Rightarrow \frac{1}{e^a+1}=1-\ln 2 \Rightarrow e^a+1=\frac{1}{\ln\frac{e}{2}} \Rightarrow e^a=\log_{\frac{e}{2}} e-1=\log_{\frac{e}{2}} 2>0$$

$f(a)=\dfrac{2^a}{e^a+1}$ — в этой функции есть одно пересекающая точка.

Значить, $x^2-2023=e^a$ уравнение есть 2 корни.

7