ткрытая региональная межвузовская олимпиада «ОРМО»

07444

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

ет	Математика
нт	I
	9А1
ия	РАГУЛИН
	ИВАН
тво	АЛЕКСЕЕВИЧ
ождения	06 (Число) 06 (Месяц) 2007 (Год)
а	РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
а *(пр: Томская обл., …инградская область)*	НОВОСИБИРСКАЯ обл.
…иципального образования *(…, деревня, село, город)*	город
…енный пункт *(пр: Томск, …ово, Псков)*	Карасук
…е наименование …вательного учреждения, …ром Вы обучаетесь в … время	МБОУ Технический лицей N 176 КАРАСУКСКОГО района Новосибирской области

…сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail …зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	7	7	7

Шифр 07444

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28 б	30.03.23	Гендрина	[illegible]

№1

Представим $2y^2-xy-x^2=(2y+x)(y-x)$

$(2y+x)(y-x)+2y+7x-84=0$

$(2y+x)(y-x)+2y+x+6x-84=0$

$(2y+x)(y-x)+(2y+x)+6x-84=0$

$(2y+x)(y-x)+(2y+x)=84-6x$

$(2y+x)(y-x+1)=84-6x$

7б

Пусть $84-6x=0$

$84=6x$

$x=14$

$(2y+x)(y-x+1)=0$

$\left[\begin{array}{l}2y+x=0\\ y-x+1=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2y+14=0\\ y-13=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}y+7=0\\ y=13\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}y=-7\\ y=13\end{array}\right.$

Число (-7) не является натуральным числом $\Rightarrow$ $y=13$

Пусть $\cancel{y}=1$ Тогда $\cancel{x}=\cancel{0}$

Пусть $\cancel{y}\,x=1$ Тогда $y=6$

Ответ: $(x=14;\ y=13)$; $(x=1;\ y=6)$

№4

По теореме Виета $\begin{cases}x_1+x_2=-p_1\\ x_1\cdot x_2=1\end{cases}$ $\begin{cases}x_3+x_4=-p_2\\ x_3\cdot x_4=1\end{cases}$

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)=(x_1x_2-x_1x_3+x_3^2-x_2x_3)=(1-x_3(x_1+x_2)+x_3^2)$

$=(1+p_1x_3+x_3^2)$

$(x_1+x_4)(x_2+x_4)=(1-p_1x_4+x_4^2)$

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4)=(1+p_1x_3+x_3^2)(1-p_1x_4+x_4^2)=$

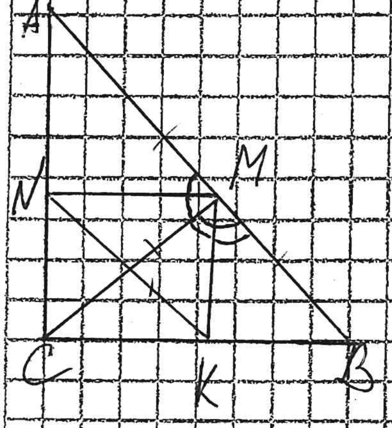
$=1-p_1x_4+x_4^2+(-p_1^2x_3x_4)+p_1x_3x_4^2+x_3^2-p_1x_4x_3^2+x_3^2x_4^2=$

$=1-\cancel{p_1x_4}+x_4^2+(p_1^2)+\cancel{p_1x_3}+\cancel{p_1x_4}+x_3^2-\cancel{p_1x_3}+x_3^2x_4^2=$

$=1+x_4^2+x_3^2-p_1^2+1=(x_3+x_4)^2-p_1^2=p_2^2-p_1^2$

ч.т.д.

№5



Дано

$\triangle ABC$-прямоуг.

MN-бис. $\angle AMC$

MK-бис $\angle CMB$

Док-ть: CM-медиана

Решение

$\angle AMC+\angle CMB=180°$

$\angle AMN=\angle NMC$

$\angle CMK=\angle KMB$

$\Rightarrow \angle NMC+\angle CMK=90°$

$\angle NMK=90°$

$\angle NCK=90°$

$\Rightarrow$ N, M, K лежат на одной окружности, диаметр которой равен NK и CM

Рассмотрим $NMKC$

т.к. диагонали NK и MC равны, $\angle NMK=\angle NCK \Rightarrow$ $=90°$

NMKC - квадрат. Значит NM = MK

Рассмотрим $\triangle AMC$

MN - бис. и высота $\Rightarrow$ $\triangle AMC$ - р/б и AM = MC

Рассмотрим $\triangle CMB$

MK - бис и высота $\Rightarrow$ $\triangle CMB$ - р/б и MC = MB

Из этого следует, что AM = MB $\Rightarrow$ CM - медиана.

ч.т.д.

№3

Я считаю, что условия задана корректны.

Для контрпримера возьмем наименьшие числа, у которых корни целые $a = 1$; $b = 4$; $c = 9$

$(\sqrt{1}+\sqrt{4}+\sqrt{9})^2 = (1+2+3)^2 = 36$

$3(1+4+9) = 42$ $36 \neq 42 \Rightarrow$ условия некорректны

$36 \ngtr 42$

Рассмотрим противоположный случай

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$

$a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 3(a+b+c)$

$2\sqrt{ab}+2\sqrt{bc}+2\sqrt{ac} \le 2a+2b+2c$

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac} \le a+b+c$

$2\sqrt{ab} \le a+b$ по уравнению-неравенству $-2\sqrt{ab}+a+b \ge 0$

~~Это вытекает из ($\sqrt{a}-$~~ $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \Rightarrow \sqrt{bc} \le \frac{b+c}{2}$

$\sqrt{ac} \le \frac{a+c}{2}$

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac} \le \frac{a+b+b+c+a+c}{2}$

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac} \le a+b+c \Rightarrow (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$