Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03578

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	РАДНАЕВА
	Имя	САРЮНА
	Отчество	ЭРДЭМОВНА
5.	Дата рождения	28 (Число) 03 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Р. Бурятия
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	село
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Петропавловка
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ „Петропавловская СОШ №1"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Шифр 03578

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
25		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	–	4	7	7	25

№1.

$2022! \cdot (S_{2021} - 1)$

$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$

$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)-1}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$S_1 = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} = 1 - \frac{1}{2!}$

$S_2 = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}$

$S_3 = \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}$

$\Rightarrow S_{2021} = 1 - \cancel{\frac{1}{2!}} + \cancel{\frac{1}{2!}} - \cancel{\frac{1}{3!}} + \cancel{\frac{1}{3!}} + \cancel{\frac{1}{4!}} - \cancel{\frac{1}{4!}} + \ldots + \cancel{\frac{1}{2020!}} -$

$- \cancel{\frac{1}{2020!}} + \cancel{\frac{1}{2021!}} - \cancel{\frac{1}{2021!}} - \frac{1}{2022!} = 1 - \frac{1}{2022!}$

Вычисляем: $2022! \cdot (S_{2021} - 1) = 2022! \left(\cancel{1} - \frac{1}{2022!} - \cancel{1}\right) =$

$= -\cancel{2022!} \cdot \frac{1}{\cancel{2022!}} = -1$

Ответ: -1.

№3.

$P(x) = x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$, т.к. корни трёхчлена $x_1 = -1$
$x_2 = -2$

Вычислим.

$\left(1 - \frac{2}{P(1)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{P(2)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{P(3)}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{2}{P(2021)}\right)$, т.к.

Место для скобы

Шифр 03578

$p(1)=(1+1)(1+2)=2\cdot3 \Rightarrow 1-\frac{2}{p(1)}=1-\frac{2}{2\cdot3}$

$p(2)=(2+1)(2+2)=3\cdot4 \Rightarrow 1-\frac{2}{p(2)}=1-\frac{2}{3\cdot4}$

$\vdots$

$p(2021)=(2021+1)(2021+2)=2022\cdot2023 \Rightarrow 1-\frac{2}{2022\cdot2023}=$

$=1-\frac{2}{(n+1)(n+2)}$

Рассмотрим выражение:

$1-\frac{2}{p(x)}=\frac{p(x)-2}{p(x)}=\frac{x^2+3x+2-2}{p(x)}=\frac{x^2+3x}{p(x)}=\frac{x(x+3)}{p(x)} \Rightarrow$

$\Rightarrow p(x)=\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$

Значит

$\left(1-\frac{1}{p(1)}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{p(2)}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{p(2021)}\right)=\frac{1\cdot(1+3)}{(1+1)(1+2)}\cdot\frac{2\cdot(2+3)}{(2+1)(2+2)}\cdot$

$\cdot\frac{3(3+3)}{4\cdot5}\cdot\ldots\cdot\frac{2020(2020+3)}{\cancel{2020}\,2021\cdot2022}\cdot\frac{2021(2021+3)}{2022\cdot2023}=$

$=\frac{1\cdot4\cdot2\cdot5\cdot3\cdot6\ldots\cdot2020\cdot2023\cdot2021\cdot2024}{2\cdot3\cdot3\cdot4\cdot4\cdot5\cdot\ldots\cdot2021\cdot2022\cdot2022\cdot2023}$

Можно заменить через переменную $n \Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{n!\,(n+3)!}{(n+1)!\,(n+2)!}=\frac{n!\,(n+2)!\cdot(n+3)}{n!\,(n+1)\cdot(n+2)!}=\frac{n+3}{n+1}$

т.к. $n=2021 \Rightarrow$ произведение равно

$\frac{2021+3}{2021+1}=\frac{2024}{2022}=\frac{1012}{1011}=1\frac{1}{1011}$

Ответ: $1\frac{1}{1011}$

скобы

Шифр 03578

№4.

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=\frac{c+a+b}{abc}$$

т.к a - удовлетворяет условию

$a^3-2022a^2+1011=0$

$a=1;\ b=-2022;\ c=0;\ d=1011$

по Теореме Виета для кубических уравнений, если x_1, x_2, x_3 - корни уравнения, то

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{c}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{d}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3=2022 \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=0 \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=-1011 \end{cases}$$

аналогично для b и c, т.к

a, b, c - различные числа, то пусть $x_1=a;\ x_2=b;\ x_3=c;$

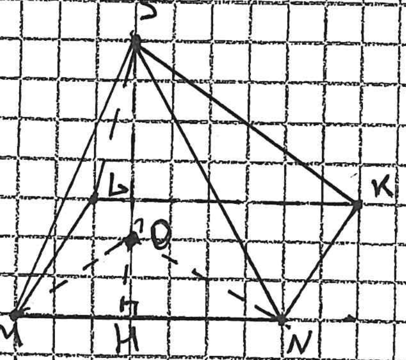
т.к. $x_{1a}=x_{1b}=x_{1c}$

$x_{2a}=x_{2b}=\cancel{x_{3c}}\ x_{2c}$

$x_{3a}=x_{3b}=x_{3c}$

Тогда $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=\frac{c+a+b}{abc}=\frac{2022}{-1011}=-2$

Ответ: -2



Дано: $SMNKL$ - пирамида

$MN=5,\ NK=2,\ SM=3,$

$SN=4$

~~Найти:~~ ~~Определить при каких значениях SK и SL объем достигает максим.~~

скобы

Шифр 03578

Найти: определить при каких значениях SK и SL объем достигает наибольшей величины.

Решение: Рассмотрим $\triangle MSN$, т.к $SM = 3$; $SN = 4$

$MN = 5$ – Пифагоров $\triangle \Rightarrow \angle MSN = 90^\circ$.

Т.к. $V_{пирамида} = \frac{1}{3} S_{осн} h$ и $S_{осн} = 5 \cdot 2 = 10$ – постоянная то объем зависит от высоты h, чем больше высота, тем больше объем

Если SO не совпадает с SH, то $\triangle MON$ проекция $\triangle SMN \Rightarrow S_{\triangle MON} = S_{\triangle SMN} \cdot \cos\alpha \Rightarrow SO = SH \cdot \cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow SO$ наибольшая, если $\alpha = 90^\circ \Rightarrow SO = SH$ – совпадает

Найдем SH

~~$S_{\triangle MSN}$~~ $S_{\triangle MSN} = \frac{SM \cdot SN}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$;

$S_{\triangle MSN} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot SH \Rightarrow SH = \frac{6}{2,5} = 2,4$

$MH = \sqrt{3^2 - 2,4^2} = \sqrt{9 - 5,76} = \sqrt{3,24} = 1,8$

$NH = 5 - 1,8 = 3,2$

$KH = \sqrt{3,2^2 + 2^2} = \sqrt{14,24}$

$LH = \sqrt{1,8^2 + 2^2} = \sqrt{7,24}$

$SK = \sqrt{SH^2 + KH^2} = \sqrt{2,4^2 + (\sqrt{14,24})^2} = \sqrt{5,76 + 14,24} = \sqrt{20} =$
$= 2\sqrt{5}$

$SL = \sqrt{SH^2 + LH^2} = \sqrt{2,4^2 + (\sqrt{7,24})^2} = \sqrt{5,76 + 7,24} = \sqrt{13}$

место для скобы

Шифр 3578

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 2{,}4 = 8$

Ответ: $SK = 2\sqrt{5}$; $SL = \sqrt{13}$; $V = 8$