

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019604

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																		
2.	Вариант	1																		
3.	Класс	9																		
4.	Фамилия	П	О	Л	О	В	Н	И	К	О	В	А								
	Имя	В	И	К	Т	О	Р	И	Я											
	Отчество	Е	В	Г	Е	Н	Ь	Е	В	Н	А									
5.	Дата рождения	1	1					0	7				2	0	0	4				
		Число				Месяц				Год										
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Кемеровская область																		
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																		
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Маршанск																		
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Муниципальное Автономное Неприказное Образовательное Учреждение «Гимназия №2»																		

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись

10.	Контактный телефон	8	9	0	5	0	7	6	5	4	9	0			
11.	e- mail	vika47543@gmail.com													
12.	Профиль в вк	https://vk.com/													
13.	Документ, удостоверяющий личность	3	2	1	8					9	4	0	3	7	6
		серия				номер									
		ГУ МВД России по Кемеровской области													
		кем и когда выдан													
		06.08.2018.													
		кем и когда выдан													
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	Нет													
15.	Сирота (да/нет)	Нет													
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	Нет													

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19	11.03.20	Корсаков Е.Е.	h

~ 4.

$$ab + bc + ca \geq c\sqrt{ab} + b\sqrt{ac} + a\sqrt{bc}$$

Известно, что для любых чисел $a, b, c \geq 0$

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}; \quad \sqrt{ac} \leq \frac{a+c}{2}; \quad \sqrt{bc} \leq \frac{b+c}{2}.$$

Тогда:

$$c\sqrt{ab} + b\sqrt{ac} + a\sqrt{bc} \leq c\left(\frac{a+b}{2}\right) + b\left(\frac{a+c}{2}\right) + a\left(\frac{b+c}{2}\right).$$

$$2c\sqrt{ab} + 2b\sqrt{ac} + 2a\sqrt{bc} \leq ac + bc + ab + bc + ab + ac$$

$$2c\sqrt{ab} + 2b\sqrt{ac} + 2a\sqrt{bc} \leq 2ac + 2ab + 2bc \quad | :2$$

$$ac + ab + bc \geq c\sqrt{ab} + b\sqrt{ac} + a\sqrt{bc}.$$

~ 3

смг. +

$$g(x) = mx^2 + nx + k.$$

Пусть $g(k) > 0$; $g\left(\frac{1}{m}\right) < 0$.

$$g(k) = mk^2 + nk + k.$$

$$g\left(\frac{1}{m}\right) = m\left(\frac{1}{m}\right)^2 + n \cdot \frac{1}{m} + k.$$

$$mk^2 + nk + k > 0.$$

$$mk + (n+1)k > 0.$$

$$k \cdot (mk + (n+1)) > 0.$$

Произведение > 0 , если числа или оба положительны или оба отрицательны.

1	2	3	4	5	Σ
3	0	2	7	7	19

$$\frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k < 0$$

$$\frac{n+1}{m} + k < 0$$

$$\frac{mk + (n+1)}{m} < 0$$

дробь < 0 , если числитель < 0 , то знаменатель > 0 .
Числитель > 0 , то знаменатель < 0 .

$$\begin{cases} k > 0 \\ mk + (n+1) > 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} k < 0 \\ mk + (n+1) < 0 \end{cases}$$

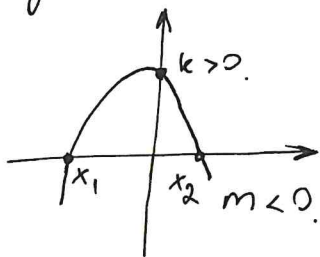
$$\begin{cases} mk + (n+1) < 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} mk + (n+1) > 0 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} k > 0 \\ mk + (n+1) > 0 \end{cases} \rightarrow m < 0$$

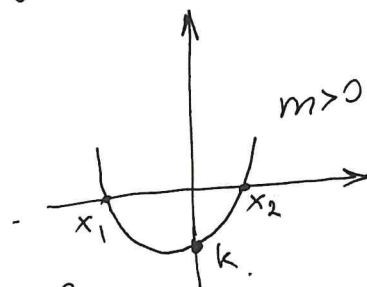
$g(x) = mx^2 + nx + k$ - график parabola, ветви вниз.



$$2) \begin{cases} k < 0 \\ mk + (n+1) < 0 \end{cases} \rightarrow m > 0$$

$$\rightarrow m > 0$$

$g(x) = mx^2 + nx + k$ - график parabola, ветви вверх.



3) 4) ?

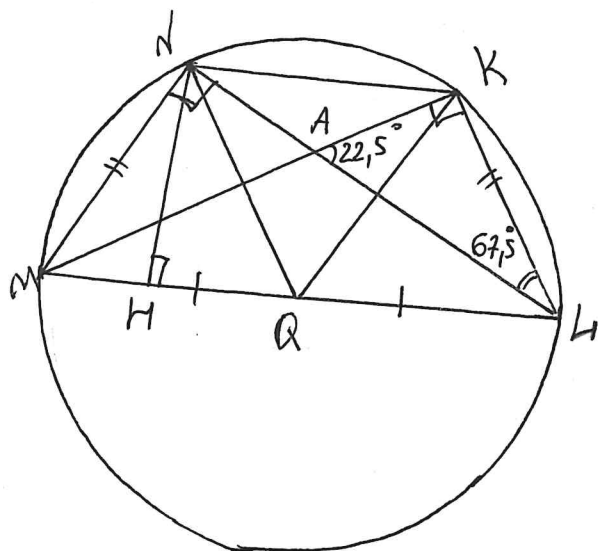
Из графиков 1 и 2 следует то, что x_1 и x_2 обязательно разных знаков.

Ответ: Не можем.

Шифр

019604

н 5



Дано: $MNKL$ - вписанный;
 $MK \perp KL$; $NL \perp NM$; $\angle KAL = 22,5^\circ$;

Q - середина ML ; $NQ = 3$.

Найти: NH

Решение:

$MK \cap NL = \{A\}$; $\angle KAL = 22,5^\circ$.

$MK \perp KL \rightarrow \triangle AKL$ - прямоугольный.

$\angle KLA = 90^\circ - 22,5^\circ = 67,5^\circ$

$\angle NLK$ - вписанный $\rightarrow \angle NKL =$
 $= 2 \cdot 67,5^\circ = 135^\circ$.

Вокруг вписанного четырехугольника $MNKL$ можно описать окружность, т.к. $MK \perp KL$ и $NM \perp NL$, то ML - диаметр окружности с центром в Q (по условию это точка середины ML) $\rightarrow \angle NQK$ - центральный; $\angle NQK = \angle NKL = 135^\circ$
 Т.к. $\triangle MKL$ - прямоугольный $\rightarrow KQ = QM = QL = QN = R = 3$.

Рассм. $\triangle NQK$:

Найдем по теореме косинусов:

$$NK^2 = NQ^2 + QK^2 - 2 \cdot NQ \cdot QK \cdot \cos 135^\circ$$

$$NK^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 18 + 9\sqrt{2}$$

$$NK = \sqrt{18 + 9\sqrt{2}}$$

$$NH \perp ML, MH = \frac{ML - NK}{2} = \frac{6 - \sqrt{18 + 9\sqrt{2}}}{2} = \frac{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$NH = \sqrt{MH \cdot HL}$$

$$NH^2 = \frac{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{6 + 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} = \frac{36 - (3\sqrt{2 + \sqrt{2}})^2}{4} =$$

$$= \frac{36 - 9(2 + \sqrt{2})}{4} = \frac{36 - 18 - 9\sqrt{2}}{4} = \frac{18 - 9\sqrt{2}}{4}$$

$$NH = \sqrt{\frac{18 - 9\sqrt{2}}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

От вет: $NH = \frac{3}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

~ 1

$$[x] + \{2x\} = 2,5$$

$[x]$ - целая часть x ; $\{x\}$ - дробная часть x
 $x = [x] + \{x\}$.

$x = 2,5$, т.к. $[x] + \{2x\} = 2,5$, а $x = [x] + \{x\}$.

$[x] = 1$ при $\{2x\} = 1,5$ ($\{x\} = 0,75$).

$[x] = 2$ при $\{2x\} = 0,5$ ($\{x\} = 0,25$).

От вет: $[x] = 1$; $[x] = 2$; $\{x\} = 0,75$; $\{x\} = 0,25$.

~ 2

$x = ?$

Нам известно то, что Никита
 обычно выходит из дома в 8:00. Но в этот
 раз он вышел в 7:10 и добрался в противопо-
 ложном от школы направлении. Велю Вано
 в 8:10 догнал Никиту и оставил в школе с
 созданным из комнаты. Из этого следует,
 что замечен в школе начинаются в 8:10, а
 Никиту привезли в 8:30. Никиту догнали
 сразу, а значит, он за час проделал очень
 мало, если машина ехала на и привезла в
 школу всего созданным в комнате.