

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА  
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ  
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	11																					
4.	Фамилия	П	Л	Ю	С	Н	И	Н	А														
	Имя	В	А	Л	Е	Р	И	Я															
	Отчество	А	Н	Д	Р	Е	Е	В	Н	А													
5.	Дата рождения	0	4																				
		Число		0		9		2		0		0		2									
		Год																					
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	РЕСПУБЛИКА БУРЯТИЯ																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	СЕЛО																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	ПЕТРОПАВЛОВКА																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ПЕТРОПАВЛОВСКАЯ СОШ №1																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



10.	Контактный телефон	+ 7 9 0 8 5 9 3 4 3 4 4																											
11.	e- mail	leraplyushina@yandex.ru																											
12.	Профиль в вк	https://vk.com/																											
13.	Документ, удостоверяющий личность	8	1	1	6																								
		серия				6				8				9				3				3				4			
		ТП УФМС России по Республике Бурятия																											
		кем и когда выдан																											
		в Днидинском р-не 29.09.2016																											
		кем и когда выдан																											
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет																											
15.	Сирота (да/нет)	нет																											
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	нет																											

Место для скобы

Шифр 020471

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19	12.03.20	Тендрова	

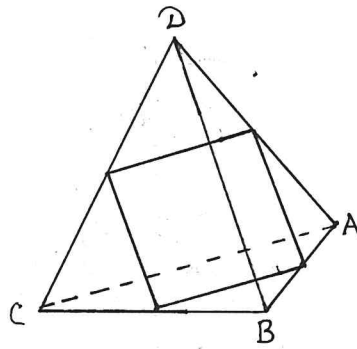
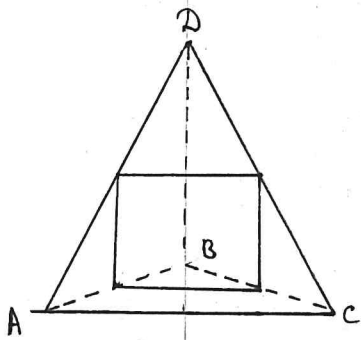
4.)  $a < 1, b < 1, c < 1$   $a+b+c \geq \frac{1}{2}$  — поменяем знаки на противоположные (Чистовик №1)  
 $-a-b-c \leq -\frac{1}{2}$ , к данному выражению прибавим 3.  
 $3-a-b-c \leq -\frac{1}{2} + 3$ , разложим левую часть, получим:  
 $(1-a) + (1-b) + (1-c) \leq \frac{5}{2}$ , т.е. сумма должна быть  $= \frac{5}{2}$   
 Т.к. разности положительны, одно из слагаемых должно быть  $\leq \frac{5}{6}$   
 Обратимся к неравенству:  
 $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$  и  $(1-a) + (1-b) + (1-c) \leq \frac{5}{6}$  ?  
 Смотрим, нам необходимо  $\frac{5}{6}$  возвести в куб, т.к. с левой стороны три слагаемых, получаем:  
 $(1-a) + (1-b) + (1-c) \leq \left(\frac{5}{6}\right)^3$ , вычисляем и получаем ?  
 $(1-a) + (1-b) + (1-c) \leq \frac{125}{216}$  4  
 Мы докажем, что  $a < 1, b < 1, c < 1$   $a+b+c \geq \frac{1}{2}$  выполняется неравенство  
 $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$

5.) Нам дана правильная треугольная пирамида, значит:  
 - стороны основания равны;  
 - боковые стороны пирамиды равны;  
 - углы равны;

Формула объема пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{осн} \cdot h$$

1	2	3	4	5
7	0	7	4	1

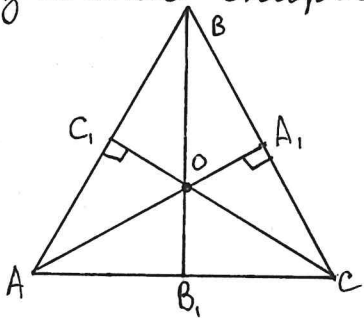


Нам известно, что сторона основания =  $a$ , но т.к. пирамида правильная, знаем стороны:  $AC=AB=CB=a$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ) \cdot h \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot h, \text{ нам неизвестна высота.}$$

Сечение — делит стороны пополам, но условию известно, что сторона квадрата сечения =  $b$ , это нам поможет узнать, что ребра  ~~$DC=DA=CB=CA=2b$~~   
 $DC=DA=CB=CA=2b$ , а основание  $a=2b$ .

Если известно основание и ребро, можно найти  $h$ . Найдем ее по теореме Пифагора, но для этого, нам нужно знать значение внешнего касания.



Высота пирамиды лежит в середине основания, чтобы найти среднюю проведем медианы из вершин  $A, B$  и  $C$ .

Центр правильного треугольника делит его высоты в отношении  $2:1$ , считая от вершины. То есть,

$$a^2 = \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow BB_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$OB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

15

Теперь, чтобы найти  $h$  подставим значения:

$$h = \sqrt{(2b)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{4b^2 - \frac{3a^2}{9}} \Rightarrow \sqrt{4b^2 - \frac{a^2}{3}}$$

Остается найти объем:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot \sqrt{4b^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \sqrt{\frac{12b^2 - a^2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{12b^2 - a^2}}{\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} a^2 \sqrt{12b^2 - a^2} \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{12b^2 - a^2}}{12}$$

Ответ повторить

$$\textcircled{1} (x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2}$$

$$(x-y)^2 > 0 \quad (y-2\sqrt{x}+2)^2 > 0$$

Пусть  $(x-y)^2 = \frac{1}{4}$  и  $(y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{4}$ , т.к.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\text{I. } (x-y)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x-y = \frac{1}{2}, \text{ отсюда выразим } y$$

$$-y = \frac{1}{2} - x$$

$$y = x - \frac{1}{2}$$

$$\text{II. } (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{4}$$

$$y-2\sqrt{x}+2 = \frac{1}{2}, \text{ подставим значение I}$$

$$x - \frac{1}{2} - 2\sqrt{x} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} - 2\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{2} = 0$$

$$x - 2\sqrt{x} + 1 = 0, \text{ свернём}$$

$$(\sqrt{x} - 1)^2 = 0$$

$$\sqrt{x} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

Т.к. нам известен  $x$ , найдем  $y$ :

$$\text{III. } y = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

Проверим дабы убедиться в верности решения:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{1} + 2\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ , решение верно.

2)  $2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x - 1) + m = 2020$ , промежутки  $[1; 3]$

Подставим значение из промежутка:

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3,5 \cdot 1 - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3 \cdot 1 - 1) + m = 2020$$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{1} + 2018 \cdot \log_2(2) + m = 2020$$

$$2019 \cdot 1 + 2018 \cdot 1 + m = 2020$$

$$m = 2020 - 2019 - 2018$$

$$m = -2017$$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3,5 \cdot 3 - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3 \cdot 3 - 1) + m = 2020$$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{8} + 2018 \cdot \log_2 8 + m = 2020$$

$$2019 \cdot 2 + 2018 \cdot 3 + m = 2020$$

$$4038 + 6054 + m = 2020$$

$$m = 2020 - 4038 - 6054$$

$$m = -8072$$

$$m = [-8072; -2017]$$