

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020286

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА															
2.	Вариант	1															
3.	Класс	115															
4.	Фамилия	П	И	Ч	К	У	Р										
	Имя	Е	К	А	Т	Е	Р	И	Н	А							
	Отчество	А	Р	К	А	Д	Ь	Е	В	Н	А						
5.	Дата рождения	2	4		0	1		2	0	0	3						
		Число			Месяц			Год									
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Республика Бурятия															
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	г. Северобайкальск (город)															
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Северобайкальск															
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ СОШ №11															

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись _____

10.	Контактный телефон	8	9	0	8	5	9	9	3	7	2	3					
11.	e- mail	ekaterinahichkur@gmail.com															
12.	Профиль в вк	https://vk.com/															
13.	Документ, удостоверяющий личность паспорт	8	1	1	6		7	0	4	9	7	9					
		серия					номер										
		МП УФМС РОССИИ ПО Республике Бурятия и Северобайкальск кем и когда выдан															
		07.02.2017 кем и когда выдан															
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет															
15.	Сирота (да/нет)	нет															
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	нет.															

Место для скобы

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21		Емельянова	Емур

Задача 1

Решение: 1) Если $(x-y)^2 + (y-2\sqrt{x}+2)^2 = \frac{1}{2}$
 $x-y = \frac{1}{2}$ и $y-2\sqrt{x}+2 = \frac{1}{2}$ тогда,
 $y = x - \frac{1}{2}$ 2) Предположим: $x-y \geq 0$ тогда $x \geq y$
 $(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} + 2)^2 = \frac{1}{2}$
 $x - 2\sqrt{x} + (2 - \frac{1}{\sqrt{2}})$
 $D = 4 - 8 + \frac{4}{2} = -4 + \frac{4}{2} < 0$ - нет корней.
 или $y - 2\sqrt{x} + 2 = 0$, получим $(x-y)^2 = \frac{1}{2}$
 $y = 2\sqrt{x} - 2$ $x - 2\sqrt{x} + 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$
 $D = 4 - 8 + \frac{4}{2} = 4 + \frac{4}{2} < 0$
 Нет корней.

$x - \frac{1}{2} - 2\sqrt{x} + 2 = \frac{1}{2}$
 $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$
 $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0$
 $\sqrt{x} = 1$
 $x = 1$

Ответ: 1) $(1, \frac{1}{2})$;
 2) нет корней.

Задача 2.

Решение: Предположим, что

1) 2км пешком - t_1
 3км на велосипеде - t_2
 20км на машине - t_3
 $\Rightarrow t_1 + t_2 + t_3 = \frac{11}{10}$

2) 5км пешком - $2,5t_1$
 8км на велосипеде - $\frac{8}{3}t_2$
 30км на машине - $\frac{3}{2}t_3$
 $\Rightarrow \frac{2,5t_1 + \frac{8}{3}t_2 + \frac{3}{2}t_3 = \frac{24}{10}}{15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = \frac{24}{10}} = \frac{24}{10}$
 $15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = \frac{144}{10}$

3) 4км пешком - $2t_1$
 5км на велосипеде - $\frac{5}{3}t_2$
 80км на машине - $4t_3$
 $\Rightarrow 2t_1 + \frac{5}{3}t_2 + 4t_3 = d$

Получим систему:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = \frac{11}{10} \\ 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = \frac{144}{10} \\ 2t_1 + \frac{5}{3}t_2 + 4t_3 = d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6t_1 + 6t_2 + 6t_3 = \frac{66}{10} \\ -6t_1 - 5t_2 - 12t_3 = -3d \end{cases}$$

$$t_2 - 6t_3 = \frac{66}{10} - 3d$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = \frac{11}{10} \quad | \cdot (-15) \\ 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = \frac{144}{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15t_1 - 15t_2 - 15t_3 = -\frac{165}{10} \\ + 15t_1 + 16t_2 + 9t_3 = \frac{144}{10} \end{cases}$$

$$t_2 - 6t_3 = \frac{21}{10}$$

$$-\frac{21}{10} = \frac{66}{10} - 3d$$

$$3d = \frac{66}{10} + \frac{21}{10}$$

$$3d = \frac{87}{10}$$

$$d = \frac{29}{10}$$

$d = 2,9$ Ответ: потребуется 2,9 ч, где тосо, чтобы

пройти 4 км пешком, 5 км на велосипеде и 80 км на машине.

Задача 3.

Решение: $2019 \cdot \sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 2018 \cdot \log_2(3x - 1) + m = 2020 \quad [1; 3]$

ОДЗ: $\begin{cases} 3,5x - 2,5 \geq 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{7} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{5}{7}$

1) Получается, что $1 \leq x \leq 3$

$$3,5 \leq 3,5x \leq 10,5$$

$$1,5 \leq 3,5x - 2 \leq 8,5$$

$$1,1 \leq \sqrt[3]{3,5x - 2} \leq 2,1$$

$$2220,9 \leq 2019 \sqrt[3]{3,5x - 2} \leq 4239,9$$

2) Рассмотрим $1 \leq x \leq 3$

$$3 \leq 3x \leq 9$$

$$2 \leq 3x-1 \leq 8$$

$$1 \leq \log_2(3x-1) \leq \dots$$

$$2018 \leq 2018 \log_2(3x-1) \leq 6054$$

3) Сумма $4239,9 \leq \Sigma \leq 10293,9$

4) Получим $\Sigma + m = 2020$

$$m = 2020 - \Sigma$$

$$-10293,9 \leq -\Sigma \leq -4239,9$$

$$2020 - 10293,9 \leq 2020 - \Sigma \leq 2020 - 4239,9$$

$$-8273,9 \leq m \leq -2219,9$$

Предположим, что $x = 1$, тогда

$$1) \sqrt[3]{3,5x - 2,5} = 1$$

$$2) \log_2(3 \cdot 1 - 1) = 1$$

$$2018 \sqrt[3]{3,5x - 2,5} = 2018$$

$$2018 \cdot 1 = 2018$$

$$\Sigma = 4037$$

$$\Sigma + m = 2020$$

$$m = -2017$$

Если $x = 3$, то

$$1) \sqrt[3]{3,5x - 2,5} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$2) \log_2(3 \cdot 3 - 1) = \log_2 8 = 3$$

$$2018 \cdot 2 = 4038$$

$$2018 \cdot 3 = 6054$$

Из этого следует, что $\Sigma = 6054 + 4038 = 10092$.

$$\Sigma + m = 2020$$

$$m = 2020 - \Sigma$$

$$m = 2020 - 10092$$

$m = -8072$ так как $\sqrt[3]{3,5x - 2,5}$ функция возрастает и $\log_2(3x-1)$

тоже возрастает, то $m = -8072$ - наименьшее

$$-8072 \leq m \leq -2017$$

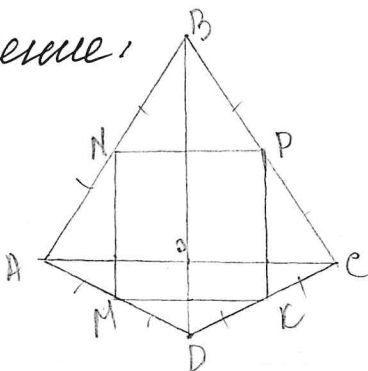
$m = -2017$ - наибольшее.

Ответ: $m = -8072$

$$m = -2017.$$

Задача 5

Решение:



Дано:

$AB = BC = CD = DA = CA = a$, тогда $DK = \frac{a}{2}$

$$KP = NP = NM = \frac{a}{2}$$

$$\frac{BO}{OD} = \frac{2}{1}$$

Найти

$$V_{\text{кр}}?$$

Решение:

1) П.к пирамиды является правильной, то $AC = CD = DA = AB = BC = 2a$, значит $MN = NP = PK = KM = a = \frac{a}{2}$.

2) $OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ - высота $\triangle AOD$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{\text{осн}} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle COD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} + \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{8} = \\ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{array} \right\} S_{\text{осн}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} +$$

BD - высота, $\frac{BO}{OD} = \frac{2}{1}$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} = BO$$

$$BD = BO + OD = a\sqrt{3} + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2} - \text{высота } BD$$

$$V_{\text{кр}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

$$V_{\text{кр}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

Ответ: $V_{\text{кр}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

