07419

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	Математика
ант	1
:	11
лия	ПЕРЕЛЁТОВА
	ВИКТОРИЯ
ство	СЕРГЕЕВНА
рождения	24 (Число) 02 (Месяц) 2005 (Год)
а	Россия
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская область
ниципального образования *(п, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Карасук
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей N176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Пер

$\frac{1}{7}\Big|\frac{2}{0}\Big|\frac{3}{9}\Big|\frac{4}{7}\Big|\frac{5}{0}$

Шифр 07419

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21 б	30.03.23	Генфрипе	

№ 1

$2x^2 + 2x^2 z^2 + 7y^2 - 42y + 33 = 0$

$2x^2 \cdot (1 + z^2) + 7(y^2 - 6y + 9) - 63 + 33 = 0$

$(1 + z^2)(2x^2 + 1) + 7(y - 3)^2 = 31$

$y = 1: (1 + z^2) \cdot (2x^2 + 1) = 3$ - подходит

$y = 2: (1 + z^2)(2x + 1) = 24$ - не подходит

$y = 3: (1 + z^2)(2x^2 + 1) = 31 \cdot 1$ - не подходит

$y = 4: (1 + z^2) \cdot (2x^2 + 1) = 24 \cdot 1$ - не подходит

$y = 5: (5\ 3 \cdot 2^2) \cdot (1 + 2z^2)(2x^2 + 1) = 3$ - подходит

$\left[\begin{array}{l} y = 5 \\ y = 1 \end{array}\right.$ $(2x^2 + 1)(1 + z^2) = 3$

$\begin{cases} 2x^2 + 1 = 3 \\ 1 + z^2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 1 \\ z^2 = 0 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ z = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ z = 0 \end{cases} \end{array}\right.$

Ур-е $(2x^2 + 1)(z^2 + 1) > 0$ значит оно не имеет других решений

Ответ: $\{-1; 1; 0\}$; $\{-1; 5; 0\}$; $\{1; 1; 0\}$; $\{1; 5; 0\}$

7 б

№ 3

$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{2(a+b)} \geq 1 \ \Big| \cdot \frac{3}{2}$

$\cancel{\frac{a+b+c}{3}}$

$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

$\frac{a \cdot b}{2} = \sqrt{ab}$

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$

$\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{2\sqrt{ab}}$

0 б

место для скобы

Шифр 07419

$$\frac{a}{2\sqrt{bc}}+\frac{c}{2\sqrt{ac}} \geq \frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2} \cdot 2$$ приводим к общему знаменателю

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$ среднее геометрическое св-во

$$\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{1}{2}}} \geq 3$$ преобразуем неравенство

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3} \geq \sqrt{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3}}{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{1}{2}}} \geq 1$$

$$\geq \frac{\sqrt{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}}{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{1}{2}}}{c} = 1$$

Несамост.

конц.

Ответ: Неравенство для любых положительных чисел a, b, c верно, что и требовалось доказать

№4

$$(x_1+x_2+x_3)\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$$

$$ax^3-ax^2+bx+b=0$$

$$x^3-x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b}{a}=0$$

$$\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_2\cdot x_3+x_3\cdot x_1=\frac{b}{a} \end{cases}$$ — Теорема Виета для 3-й степени ~~делать~~

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3=1$$

$$(x_1+x_2+x_3)\cdot\left(\frac{x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3+x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}\right)=-1 \qquad 1\left(-\frac{ba}{ab}\right)=1\cdot(-1)=-1$$

Ответ: -1

7