

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
210	4.04.21	Телуриня И.Ю.	

$$\begin{aligned}
 & \frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b + a)}{a^2 - b^2} = \frac{2ab(a^3 + b^3)(a + b)(a - b) - (a^2 + b^2)(a + b)(b - a)(a^3 - ab + b^3)}{(a - b)(a^3 + b^3)} \\
 & = \frac{2ab(a^3 + b^3)(a + b)(a - b) + (a^2 + b^2)(a - b)(a^3 + b^3) \cdot (a + b)}{(a - b)(a^3 + b^3)} \\
 & = \frac{(a + b)(a - b)(2ab + a^2 + b^2)}{(a - b)(a^3 + b^3)} = (a + b)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= -1, \overbrace{4 \dots 44}^{2021} = -1 \frac{4 \dots 44}{10^{2021}} \\
 b &= -1, \overbrace{5 \dots 556}^{2020} = -1 \frac{5 \dots 556}{10^{2021}} \\
 (a + b)^3 &= \left(-1 \frac{4 \dots 44}{10^{2021}} - 1 \frac{5 \dots 556}{10^{2021}} \right)^3 = \left(\frac{-2 \cdot 10^{2021} - 4 \dots 44 - 5 \dots 556}{10^{2021}} \right)^3 = \left(\frac{-3 \cdot 10^{2021} - 10}{10^{2021}} \right)^3
 \end{aligned}$$

$$= \left(-\frac{3 \cdot 10^{2021} + 10}{10^{2021}} \right)^3 = (-3)^3 = -27$$

Ответ: -27

1	2	3	4	5
7	7	7	0	0

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2yz = 100 \\ 2xy - z^2 = 100 \end{cases}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 = 100 + 0$$

$$(x - y)^2 + (y - z)^2 = 0$$

т.к. $(x - y)^2 \geq 0, (y - z)^2 \geq 0$, а их сумма = 0, то $\begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = y \\ y = z \end{cases}$$

$$2xy - z^2 = 100$$

$$2x^2 - x^2 = 100$$

$$x^2 = 100$$

$$|x| = \sqrt{100}$$

$$\begin{cases} x_1 = 10 = y = z \\ x_2 = -10 = y = z \end{cases}$$

Ответ: (10; 10; 10); (-10; -10; -10) 1 страница

70

N 3 Т.к. ф-ции $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ ∈ точка (1;1), то

$$1 = 1^2 + 1a + b$$

$$1 = 1^2 + 1c + d$$

$$a = -b;$$

$$c = -d$$

Т.к. ф-ции ∈, то $x^2 + ax + b = x^2 + cx + d$

$$a + b = c + d.$$

$$a^{2021} + d^{2020} > c^{2020} - b^{2021}$$

$$a^{2021} + b^{2021} > c^{2020} - d^{2020}$$

$$(-b)^{2021} + b^{2021} > (-d)^{2020} - d^{2020}$$

$$-b^{2021} + b^{2021} > d^{2020} - d^{2020}$$

$0 > 0$, а это невозможно $\Rightarrow a^{2021} + d^{2020} > c^{2020} - b^{2021}$ — неверно.

Ответ: такое неравенство невозможно.

75