Место для скобы

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	Пастушенко
	Имя	Леонид
	Отчество	Игоревич
5.	Дата рождения	04 (Число) 07 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Иркутская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Ангарск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ „Гимназия №8"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____

Место для скобы

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
~~13~~ 20б		Пигорина Е.Я.	[illegible]

1	2	3	4	5
7	0	3	6	4

№ 4

$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}$ — ?

$a \neq b \neq c$

$$\left.\begin{array}{l} a^3-2022a^2+1011=0 \\ b^3-2022b^2+1011=0 \\ c^3-2022c^2+1011=0 \end{array}\right\} \Rightarrow a, b, c \text{ — это корни уравнения } x^3-2022x^3+1011=0$$

(различные)

По теореме Виета:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 x_2 x_3 = abc = -1011 \\ x_1+x_2+x_3 = a+b+c = 2022 \end{array}}$$

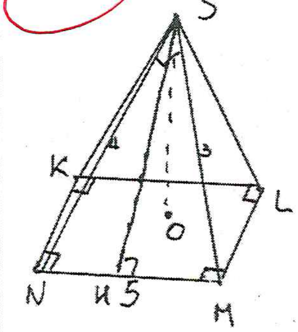
подставим

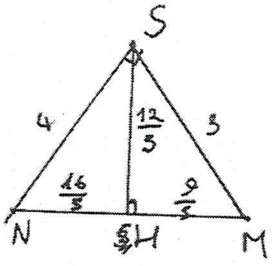
$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=\frac{c}{abc}+\frac{a}{abc}+\frac{b}{abc}=\frac{a+b+c}{abc}=\frac{2022}{-1011}=-2$$

6б.

Ответ: $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=-2$

№ 5 (иди)





Дано: SMNKL — 4-угольная пирамида

MNKL — ▭ прямоугольник $MN=5$ $NK=2$

$SM=3$ $SN=4$

Найти: SK, SL — при V_{max}

Решение

$V=\frac{1}{3}hS$ $\quad S=KN \cdot NM=20$

h - будет максимальной только тогда когда точка пересечения с MLKN будет лежать на прямой NM (по теореме Пифагора: $SH^2=h^2+HO^2$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow h = SH$

№5 (продолжение)

Рассмотрим △SNM

по теореме обратной Пифагора:

$NM^2 = SN^2 + SM^2$

$25 = 16 + 9$

$\Downarrow$

$\angle NSM = 90^\circ$

Рассмотрим △SNM и △SHN и △SHM

△SNM ∼ △SHN ∼ △SHM (по 1 признаку подобия)

$\Downarrow$

$$\frac{NH}{SN} = \frac{SN}{NM};\ \cancel{\frac{SH}{SN} = \frac{SM}{NM}}\quad \frac{SH}{SM} = \frac{SN}{NM}\quad \frac{HM}{SM} = \frac{SM}{NM}$$

(по свойству ∼ △)

$NH = \frac{16}{5}$

$HM = \frac{9}{5}$

$SH = \frac{12}{5}$

$$SK = \sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$SL = \sqrt{\left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \sqrt{13}$$

4

Ответ: $SK = 2\sqrt{5}$

$SL = \sqrt{13}$

Вычислить объём?

№1 (начало)

7

$2022! \cdot (S_{2021!} - 1)$ – ?

$\frac{3!-1}{3!} = \frac{1}{6}$

$k = 1 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2!} = \frac{2!-1}{2!}$

$k = q-1$ допустим $S_{q-1} = \cancel{\frac{q!-1}{q!}}$?⇐ неверно уже при $k=2$.

$k = q$ – докажем что $S_q = \frac{(q+1)!-1}{(q+1)!}$

0

$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$

$$S_q = \frac{q!-1}{q!} + \frac{q}{(q+1)!} = \frac{(q!-1)(q+1)+q}{(q+1)!} = \frac{(q+1)! - q - 1 + q}{(q+1)!} = \frac{(q+1)!-1}{(q+1)!}$$ (доказано)

$S_{2021} = \frac{2022!-1}{2022!}$

$\frac{3!-1}{3!} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (+)

Место для скобы

Шифр

№1

$$2022!\cdot\left(S_{2021}-1\right)=2022!-1-2022!=-1$$

Ответ: $2022!\left(S_{2021}-1\right)=-1$

№3

$P(x)=x^2+3x+2$

$$\left(1-\frac{2}{P(x)}\right)=\frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}=\frac{(x+3)x}{(x+1)(x+2)}$$

Недостаточное обосн.

3

$$\left(1-\frac{2}{P(1)}\right)\left(1-\frac{2}{P(2)}\right)\cdots\left(1-\frac{2}{P(2021)}\right)=\frac{2024!:3!\cdot 2021!}{2023!:2!\,2022!:1!}\overset{?}{=}\frac{2024}{2022\cdot 3}=\frac{1012}{3033}$$

Ответ: $\left(1-\frac{2}{P(1)}\right)\left(1-\frac{2}{P(2)}\right)\cdots\left(1-\frac{2}{P(2021)}\right)=\frac{1012}{3033}$