Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2021-2022
ФИЗИКА

10 класс

1 Вариант. II этап.

Задача 1

Сосулька, падающая без начальной скорости, последнюю треть пути пролетела за время $t = 0.7$ с. С какой высоты упала сосулька? $g = 10$ м/с^2.

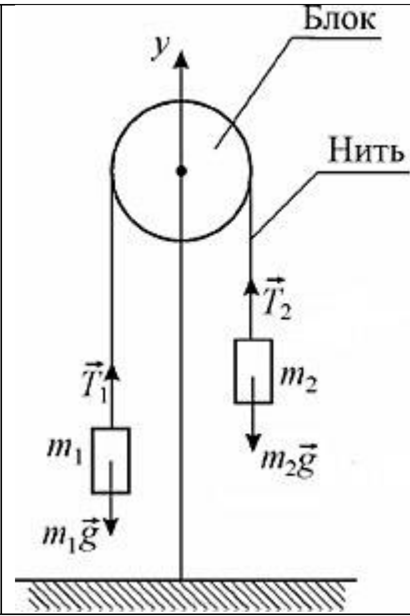
Решение:

Комментарии к <u>возможному</u> решению	Баллы
1) Запись полной системы кинематических уравнений, позволяющих определить H – искомую высоту.	5
1.1) Например, $$H = \frac{g(t_0 + t)^2}{2}$$ $$H - \frac{1}{3}H = \frac{g{t_0}^2}{2},$$ где t_0 – время падения сосульки до высоты $H/3$ от земли.	
1.2) Альтернативно, $$\frac{1}{3}H = v_1 t + \frac{gt^2}{2}$$ $$v_1 = gt_0$$ $$H = \frac{g(t_0 + t)^2}{2}$$ где v_1 – скорость сосульки на высоте $H/3$, t_0 – время падения сосульки с высоты H до $H/3$	
2) Решение системы уравнений относительно H в общем виде (балл выставляется, если решения в общем виде нет, но численный ответ получен верно): $$H = \frac{gt^2}{2(1 - \sqrt{\frac{2}{3}})^2} = \frac{3gt^2}{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}$$	5
3) Численный ответ: $$H = \frac{gt^2}{2(1 - \sqrt{\frac{2}{3}})^2} = 73 \text{ м}$$	5
Итого	15

Задача 2

Грузы массами m и $3m$ связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок. В начальный момент времени груз массы m касается поверхности земли, а груз массы $3m$ удерживают выше груза массы m. После освобождения системы, груз массы $3m$ ударился об землю через $t = 0.4$ с имея скорость v. Найдите начальную разность высот между грузами H и скорость v. $g = 10$ м/с^2.

Решение:

Комментарии к <u>возможному</u> решению		Баллы
1) Рисунок с указанием сил. Силы натяжения нити T_1 и T_2 могу быть сразу обозначены T, в силу того, что нить невесома.		5
2) Второй закон Ньютона: $ma_1 = T - mg$ $3ma_2 = T - 3mg,$ где a_1 и a_2 – проекции ускорений тел на ось Оу.		1+1
3) Ускорения тел сразу могут быть записаны одинаковыми с учётом направлений, в силу нерастяжимости нити: $a_1 = -a_2 = a$		1
4) Решая совместно 2) и 3) относительно a: $a = \frac{g}{2}$		2
5) Скорость груза $3m$ перед ударом: $v = at = 2$ м$/c$		2
6) Разность высот: $H = \frac{at^2}{2} = 0.4$ м		3
Итого		15

Оценка заданий №№ 1 – 2 по 15 баллов

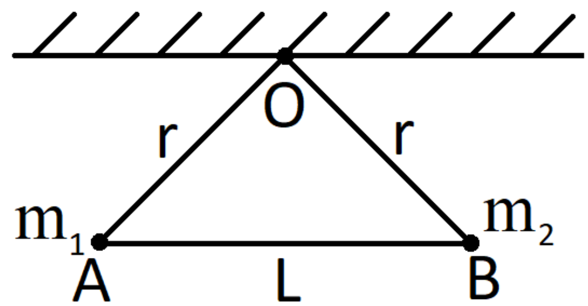
Задача 3
Десять последовательно соединённых одинаковых резисторов подсоединены к батарейке с напряжением $U_0 = 11$ В. Показания вольтметра, подключённому параллельно к 5 резисторам, составляют $U_5 = 4.4$ В. Определите показания вольтметра U_1, если его подключить параллельно одному резистору, и показания вольтметра U_9, если его подключить параллельно девяти резисторам.
Примечание: батарейка идеальная, её внутренним сопротивлением можно пренебречь.
Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Введено сопротивление вольтметра R_V ЛИБО показано, что в случае идеального вольтметра, его показания при подключении к 5 резисторам будут 5.5 В, что противоречит условию.	4
Применяя законы Ома для полной цепи и участка цепи, записано напряжение на вольтметре в первом случае. Например, общий ток в цепи в первом случае: $$I_5 = \frac{U_0}{5R + \frac{5R\,R_V}{5R + R_V}}$$ 2) Показания вольтметра: $$U_5 = U_0 - 5R\,I_5 = U_0 - 5R\frac{U_0}{5R + \frac{5R\,R_V}{5R + R_V}} = U_0 - \frac{U_0}{1 + \frac{R_V}{5R + R_V}}$$	4
Не поддаваясь слабине подставить числа: $$\frac{U_0}{1 + \frac{R_V}{5R + R_V}} = U_0 - U_5$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_5} = 1 + \frac{R_V}{5R + R_V} = \frac{5R + 2R_V}{5R + R_V}$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_5}(5R + R_V) = 5R + 2R_V$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_5}5R + \frac{U_0}{U_0 - U_5}R_V = 5R + 2R_V$$ $$(\frac{U_0}{U_0 - U_5} - 1)5R = 2R_V - \frac{U_0}{U_0 - U_5}R_V$$ $$(\frac{U_5}{U_0 - U_5})5R = R_V\frac{U_0 - 2U_5}{U_0 - U_5}$$ Ещё немного: $$5RU_5 = R_V(U_0 - 2U_5)$$ 3) Вы справились: $$R_V = \frac{5U_5}{U_0 - 2U_5}R = \frac{5\ 4.4}{11 - 2\ 4.4} = \frac{22}{11 - 8.8}R = 10R$$	4

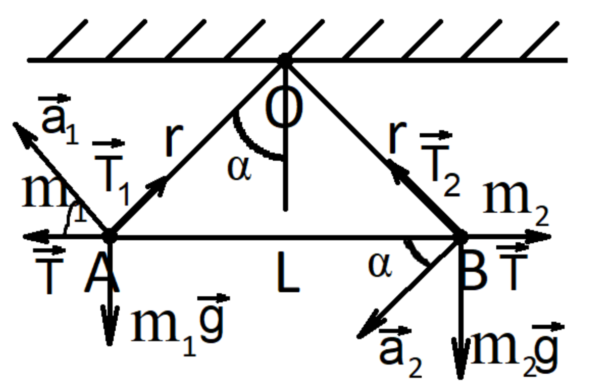
Если участник сразу подставил значения напряжений, то выставляется полный балл за этот критерий	
При подключении вольтметра к одному резистору, общий ток в цепи: $$I_1 = \frac{U_0}{9R + \frac{R\,R_V}{R + R_V}} = \frac{U_0}{9R + \frac{10}{11}R} = \frac{11}{109}\frac{U_0}{R}$$ 4) Показания вольтметра: $$U_1 = U_0 - 9R\,I_1 = U_0 - 9R\,\frac{11}{109}\frac{U_0}{R} = \frac{10}{109}U_0 = 1.01\text{ В}$$	4
При подключении вольтметра к девяти резисторам, общий ток в цепи: $$I_9 = \frac{U_0}{R + \frac{9R\,R_V}{9R + R_V}} = \frac{U_0}{R + \frac{90}{19}R} = \frac{19}{109}\frac{U_0}{R}$$ 5) Показания вольтметра: $$U_9 = U_0 - R\,I_9 = U_0 - \frac{19}{109}U_0 = \frac{90}{109}U_0 = 9.08\text{ В}$$	4
Можно увидеть, что $U_1 + U_9 \neq U_0$	
Итого	20

Задача 4

Два груза массами m_1 и m_2 с помощью невесомых нерастяжимых нитей длины r каждая закреплены в одной точке подвеса O. Также грузы соединены невесомым стержнем длины $L < 2r$. В начальный момент времени стержень удерживают в горизонтальном положении, затем отпускают. Определите ускорения грузов m_1 и m_2. Укажите на рисунке направление этих ускорений.



Решение:

Комментарии к <u>возможному</u> решению		Баллы
1) Рисунок с указанием сил. Поскольку нити невесомы, силы натяжения нитей $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ направлены вдоль нитей. Поскольку стержень невесом, то силы упругости $\vec{T}$ направлены вдоль стержня.		4

2) Поскольку начальные скорости грузов равны нулю, то грузы, начиная движение по окружности с центром в точке O, не имеют центростремительного ускорения, а только тангенциальное. Значит ускорения грузов $\overrightarrow{a_1}$ и $\overrightarrow{a_2}$ направлены перпендикулярно нитям	4
3) Второй закон Ньютона для грузов: $$m_1a_1 = T\cos\alpha - m_1 g\sin\alpha$$ $$m_2a_2 = m_2 g\sin\alpha - T\cos\alpha,$$ где a_1 и a_2 – проекции ускорений тел на ось Oy.	2+2
4) Ускорения тел равны по модулю: $$a_1 = a_2 = a$$	2
5) Из геометрии задачи: $$\sin\alpha = \frac{L}{2r}$$	2
6) Решая совместно 3) и 4) относительно a: $$a = \frac{\lvert m_2 - m_1\rvert}{m_1 + m_2} g \frac{L}{2r}$$	2
7) На рисунке ускорение указано исходя из условия $m_2 > m_1$, при обратном соотношении направление ускорений будет противоположным. При равенстве система будет находится в равновесии.	2
Итого	20

Оценка заданий №№ 3 – 4 по 20 баллов

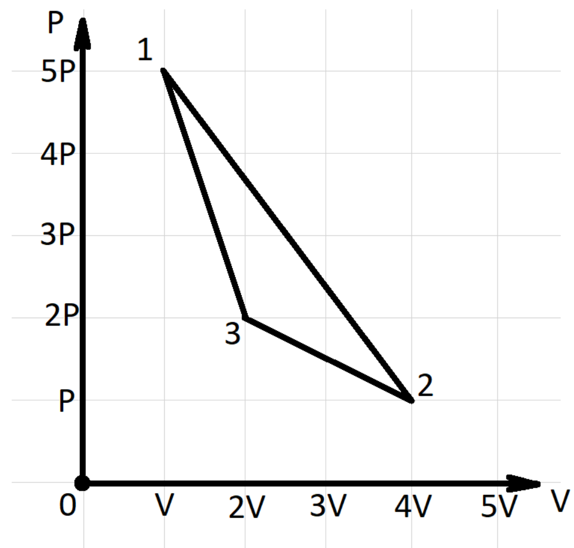
Задача 5

Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Замкнутый цикл, по которому работает машина в координатах (P, V) состоит из отрезков, соединяющих точки с координатами: $(5P_0, V_0) \to (P_0, 4V_0) \to (2P_0, 2V_0) \to (5P_0, V_0)$. Определите минимальную и максимальную температуры газа за цикл, а также совершённую газом за цикл работу.

Примечание: количество газа ν.

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы

1) График процесса в координатах (P, V):		5
2) Работу газа за цикл (площадь внутри графика) можно определить, например, как сумму или разность площадей простых геометрических фигур – прямоугольников, треугольников и трапеций. Например: $A = 9P_0V_0 - 3P_0V_0 - \left(2 + \frac{3}{2}\right) P_0V_0 = \frac{5}{2} P_0V_0$		5
3) Из уравнения Менделеева-Клапейрона для газа в цикле: $PV = \nu RT$ И того, что изотерма, проходящая через точку $(2P_0, 2V_0)$ лежит не выше любой другой точки графика, следует, что минимальная температура газа в цикле достигается в этой точке и равна: $T = \frac{4P_0V_0}{\nu R}$		5
Нет возможности считать, что максимальная температура газа за цикл достигается в точке $(5P_0, V_0)$ 4) Прямолинейная зависимость давления газа на участке $(5P_0, V_0) \rightarrow (P_0, 4V_0)$ описывается уравнением прямой: $\frac{P(V) - 5P_0}{P_0 - 5P_0} = \frac{V - V_0}{4V_0 - V_0}$ $\frac{P(V) - 5P_0}{-4P_0} = \frac{V - V_0}{3V_0}$ $P(V) = (-4P_0)\frac{V - V_0}{3V_0} + 5P_0$ $P(V) = -\frac{4P_0}{3V_0}V + \frac{19}{3}P_0$		3
5) При подстановке 4) в 3), получим зависимость температуры газа от объёма на участке $(5\mathrm{P}_0, \mathrm{V}_0) \rightarrow (\mathrm{P}_0, 4\mathrm{V}_0)$:		3

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{P_0}}{\nu\mathrm{R}}\mathrm{V}(-\frac{4}{3\mathrm{V_0}}\mathrm{V} + \frac{19}{3})$$	
6) Уравнение 5) описывает параболу с ветвями, направленными вниз. У такой параболы максимум достигается в вершине, положение которой посередине между корней: $$\mathrm{V}_{max} = \frac{0 + \frac{19}{4}V_0}{2} = \frac{19}{8}V_0$$	5
7) Соответствующее давление: $$P_{max} = -\frac{4P_0}{3V_0}\frac{19}{8}V_0 + \frac{19}{3}P_0 = -\frac{19}{6}P_0 + \frac{19}{3}P_0 = \frac{19}{6}P_0$$	
8) Максимальная температура газа за цикл: $$T_{max} = \frac{1}{\nu R}\frac{19}{8}V_0\frac{19}{6}P_0 = \frac{361\,P_0V_0}{48\,\nu R}$$	4
Итого	30
Действительно: $$T_{max} = \frac{361\,P_0V_0}{48\,\nu R} \approx 7.52\frac{P_0V_0}{\nu R} > 5\frac{P_0V_0}{\nu R}$$	
При решении задачи с применением производной, для зачёта критериев 6)-8) помимо нахождения критических точек, необходимо либо полное исследование промежутков знакопостоянства для определения, что найденная критическая точка – это в самом деле максимум, либо указание, что кривая, описываемая уравнением 5), – это парабола с ветвями вниз, либо другое пояснение, почему найденная критическая точка – именно максимум.	

Оценка задания № 5 – 30 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения. Решение оценивается поэтапно.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2021-2022
ФИЗИКА

10 класс

2 Вариант. II этап.

Задача 1

Двигаясь равнозамедленно, гоночный болид за последние $t = 0.8$ с прошёл $1/16$ всего тормозного пути. Найдите полное время торможения.

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Запись полной системы кинематических уравнений, позволяющих определить T – искомое время торможения.	5
1.1) Например, $$L = v_0 T - \frac{aT^2}{2}$$ $$0 = v_0 - aT$$ $$L - \frac{1}{16}L = v_0(T-t) - \frac{a(T-t)^2}{2}$$ где L – тормозной путь, v_0 – начальная скорость, a – ускорение болида.	
1.2) Альтернативно, рассматривая обратное движение болида: $$\frac{1}{16}L = \frac{at^2}{2}$$ $$L = \frac{aT^2}{2}$$	
2) Решение системы уравнений относительно H в общем виде (балл выставляется, если решения в общем виде нет, но численный ответ получен верно): $$T = t/\sqrt{\frac{1}{16}}$$	5
3) Численный ответ: $$H = 4t = 3.2\ c$$	5
Итого	15

Задача 2
Если пружину сжимать под действием силы mg, то её длина будет равна l. Если пружину растягивать под действием силы $2mg$, то её длина будет равна $2l$. Найдите длину пружины в нерастянутом состоянии l_0 и её жесткость k.

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Закон Гука для сжатия пружины: $$mg = k(l_0 - l)$$	4
2) Закон Гука для растяжения пружины: $$2mg = k(2l - l_0)$$	4
3) Решая совместно 1) и 2) относительно l_0: $$\frac{2mg}{mg} = \frac{k(2l - l_0)}{k(l_0 - l)}$$ $$2(l_0 - l) = (2l - l_0)$$ Окончательно: $$l_0 = \frac{4}{3}l$$	4
4) Решая совместно 1) и 2), или 1) и 3) относительно k: $$k = \frac{mg}{l_0 - l} = \frac{3mg}{l}$$	3
Итого	15

Оценка заданий №№ 1 – 2 по 15 баллов

Задача 3
Двенадцать последовательно соединённых одинаковых резисторов подсоединены к батарейке с напряжением $U_0 = 16$ В. Показания вольтметра, подключённому параллельно к 4 резисторам, составляют $U_4 = 4$ В. Определите показания вольтметра U_1, если его подключить параллельно одному резистору, и показания вольтметра U_9, если его подключить параллельно девяти резисторам.
Примечание: батарейка идеальная, её внутренним сопротивлением можно пренебречь.
Решение:

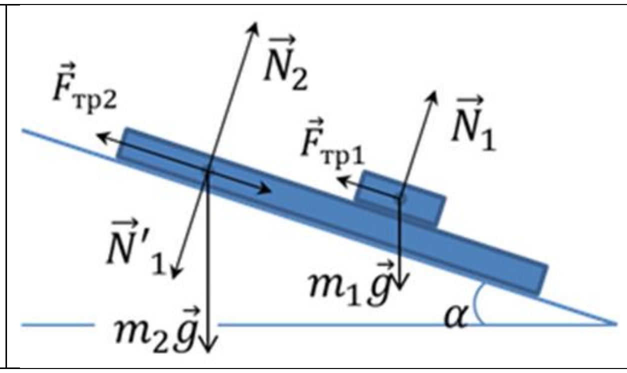
Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Введено сопротивление вольтметра R_V ЛИБО показано, что в случае идеального вольтметра, его показания при подключении к 4 резисторам будут 5.33 В, что противоречит условию.	4
Применяя законы Ома для полной цепи и участка цепи, записано напряжение на вольтметре в первом случае. Например, общий ток в цепи в первом случае: $$I_4 = \frac{U_0}{8R + \frac{4R\,R_V}{4R + R_V}}$$	4

2) Показания вольтметра: $$U_4 = U_0 - 8R\,I_4 = U_0 - 8R\frac{U_0}{8R + \frac{4R\,R_V}{4R + R_V}} = U_0 - \frac{U_0}{1 + \frac{R_V}{8R + 2R_V}}$$	
Не поддаваясь слабине подставить числа: $$\frac{U_0}{1 + \frac{R_V}{8R + 2R_V}} = U_0 - U_4$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_4} = 1 + \frac{R_V}{8R + 2R_V} = \frac{8R + 3R_V}{8R + 2R_V}$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_4}(8R + 2R_V) = 8R + 3R_V$$ $$\frac{U_0}{U_0 - U_4}8R + \frac{U_0}{U_0 - U_4}2R_V = 8R + 3R_V$$ $$(\frac{U_0}{U_0 - U_4} - 1)8R = 3R_V - \frac{U_0}{U_0 - U_4}2R_V$$ $$(\frac{U_4}{U_0 - U_4})8R = R_V\frac{U_0 - 3U_4}{U_0 - U_4}$$ Ещё немного: $$8RU_4 = R_V(U_0 - 3U_4)$$ 3) Вы справились: $$R_V = \frac{8U_4}{U_0 - 3U_4}R = \frac{8\ 4}{16 - 3\ 4} = 8R$$ Если участник сразу подставил значения напряжений, то выставляется полный балл за этот критерий	4
При подключении вольтметра к одному резистору, общий ток в цепи: $$I_1 = \frac{U_0}{11R + \frac{R\,R_V}{R + R_V}} = \frac{U_0}{11R + \frac{8}{9}R} = \frac{9}{107}\frac{U_0}{R}$$ 4) Показания вольтметра: $$U_1 = U_0 - 11R\,I_1 = U_0 - 11R\frac{9}{107}\frac{U_0}{R} = \frac{8}{107}U_0 = 1.2\text{ В}$$	4
При подключении вольтметра к девяти резисторам, общий ток в цепи: $$I_9 = \frac{U_0}{3R + \frac{9R\,R_V}{9R + R_V}} = \frac{U_0}{3R + \frac{72}{17}R} = \frac{17}{123}\frac{U_0}{R}$$ 5) Показания вольтметра: $$U_9 = U_0 - 3R\,I_9 = U_0 - \frac{51}{123}U_0 = \frac{72}{123}U_0 = 9.4\text{ В}$$	4
Итого	20

Задача 4

На наклонной плоскости с углом α в основании покоится плоский брусок массой m_2, по которому скользит шайба массой m_1. Коэффициент трения между шайбой и бруском μ_1. При каких значениях коэффициента трения μ_2 между бруском и наклонной плоскостью брусок будет оставаться в покое?

Решение:

Комментарии к возможному решению	Баллы
1) Рисунок с указанием сил. 	5
2) Запишем второй закон Ньютона для шайбы: $$\vec{\boldsymbol{N}}_{\boldsymbol{1}} + \vec{\boldsymbol{F}}_{\text{тр}\boldsymbol{1}} + \boldsymbol{m_1}\vec{\boldsymbol{g}} = \boldsymbol{m_1}\vec{\boldsymbol{a}}.$$	
3) В проекциях на оси координат: $$N_1 = m_1 g \cos\alpha$$ $$-F_{\text{тр}1} + m_1 g \sin\alpha = m_1 a$$	4
4) Второй закон Ньютона для бруска: $$\vec{\boldsymbol{N}}_{\boldsymbol{2}} + \vec{\boldsymbol{F}}_{\text{тр}\boldsymbol{1}} + \boldsymbol{m_2}\vec{\boldsymbol{g}} + \vec{\boldsymbol{N}}'_{\boldsymbol{1}} + \vec{\boldsymbol{F}}_{\text{тр.пок.}\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{0}.$$	
5) В проекциях на оси координат: $$N_2 = N_1 + m_2 g \cos\alpha = (m_1 + m_2) g \cos\alpha$$ $$F_{\text{тр}1} + m_2 g \sin\alpha - F_{\text{тр.пок.}2} = 0$$	4
6) Брусок будет покоится, если сила трения, действующая на него будет уравновешивать остальные силы, при этом максимальное значение силы трения покоя равно силе трения скольжения (Идея об условии равновесия)	3
Применяя 2)-5) к условию 6): $$\mu_2 N_2 \geq F_{\text{тр.пок.}2} = F_{\text{тр}1} + m_2 g \sin\alpha$$ $$\mu_2 N_2 \geq \mu_1 N_1 + m_2 g \sin\alpha$$ $$\mu_2 (m_1 + m_2) g \cos\alpha \geq \mu_1 m_1 g \cos\alpha + m_2 g \sin\alpha$$ 7) Окончательно: $$\mu_2 \geq \mu_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \operatorname{tg}\alpha$$	4
Итого	20
Требования записывать все проекции уравнения Ньютона нет, только необходимые для решения.	

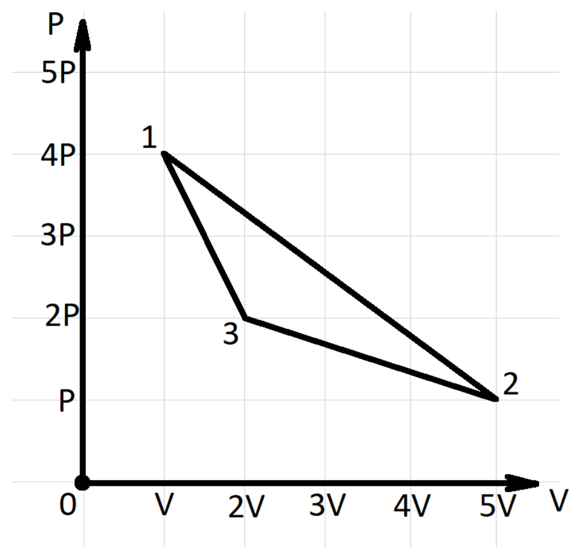
Оценка заданий №№ 3 – 4 по 20 баллов

Задача 5

Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Замкнутый цикл, по которому работает машина в координатах (P, V) состоит из отрезков, соединяющих точки с координатами: $(4P_0, V_0) \to (P_0, 5V_0) \to (2P_0, 2V_0) \to (4P_0, V_0)$. Определите минимальную и максимальную температуры газа за цикл, а также совершённую газом за цикл работу.

Примечание: количество газа ν.

Решение:

Комментарии к <u>возможному</u> решению		Баллы
1) График процесса в координатах (P, V):		5
2) Работу газа за цикл (площадь внутри графика) можно определить, например, как сумму или разность площадей простых геометрических фигур – прямоугольников, треугольников и трапеций. Например: $$A = 10P_0V_0 - 3P_0V_0 - \left(3 + \frac{3}{2}\right) P_0V_0 = \frac{5}{2} P_0V_0$$		5
3) Из уравнения Менделеева-Клапейрона для газа в цикле: $$PV = \nu RT$$ И того, что изотерма, проходящая через точку $(2P_0, 2V_0)$ лежит не выше любой другой точки графика, следует, что минимальная температура газа в цикле достигается в этой точке и равна: $$T = \frac{4P_0V_0}{\nu R}$$		5
Нет возможности считать, что максимальная температура газа за цикл достигается в точке $(P_0, 5V_0)$ 4) Прямолинейная зависимость давления газа на участке $(4P_0, V_0) \to (P_0, 5V_0)$ описывается уравнением прямой:		3

$$\frac{P(V)-4P_0}{P_0-4P_0}=\frac{V-V_0}{5V_0-V_0}$$ $$\frac{P(V)-4P_0}{-3P_0}=\frac{V-V_0}{4V_0}$$ $$P(V)=(-3P_0)\frac{V-V_0}{4V_0}+4P_0$$ $$P(V)=-\frac{3P_0}{4V_0}V+\frac{19}{4}P_0$$	
5) При подстановке 4) в 3), получим зависимость температуры газа от объёма на участке $(4\mathrm{P}_0, \mathrm{V}_0) \to (\mathrm{P}_0, 5\mathrm{V}_0)$: $$\mathrm{T}=\frac{\mathrm{P}_0}{\nu\mathrm{R}}\mathrm{V}(-\frac{3}{4\mathrm{V}_0}\mathrm{V}+\frac{19}{4})$$	3
6) Уравнение 5) описывает параболу с ветвями, направленными вниз. У такой параболы максимум достигается в вершине, положение которой посередине между корней: $$\mathrm{V}_{max}=\frac{0+\frac{19}{3}V_0}{2}=\frac{19}{6}V_0$$	5
7) Соответствующее давление: $$P_{max}=-\frac{3P_0}{4V_0}\frac{19}{6}V_0+\frac{19}{4}P_0=-\frac{19}{8}P_0+\frac{19}{4}P_0=\frac{19}{8}P_0$$	
8) Максимальная температура газа за цикл: $$T_{max}=\frac{1}{\nu R}\frac{19}{6}V_0\frac{19}{8}P_0=\frac{361\ P_0V_0}{48\ \nu R}$$	4
Итого	30
Действительно: $$T_{max}=\frac{361\ P_0V_0}{48\ \nu R}\approx 7.52\frac{P_0V_0}{\nu R}>5\frac{P_0V_0}{\nu R}$$	
При решении задачи с применением производной, для зачёта критериев 6)-8) помимо нахождения критических точек, необходимо либо полное исследование промежутков знакопостоянства для определения, что найденная критическая точка – это в самом деле максимум, либо указание, что кривая, описываемая уравнением 5), – это парабола с ветвями вниз, либо другое пояснение, почему найденная критическая точка – именно максимум.	

Оценка задания № 5 – 30 баллов

Внимание!

Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения. Решение оценивается поэтапно.

Желаем успеха!