Шифр: 07807

...ткрытая региональная межвузовская олимпиада «ОРМО»
Титульный лист
заключительного этапа

...ет	МАТЕМАТИКА
...нт	1
	11
...ия	ОХИНА
	АННА
...во	ВИТАЛЬЕВНА
...ождения	15 (Число) 01 (Месяц) 2006 (Год)
...	РОССИЯ
... (пр: Томская обл., ...инградская область)	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
...иципального образования ..., деревня, село, город)	ГОРОД
...нный пункт (пр: Томск, ...ово, Псков)	ПРОКОПЬЕВСК
...е наименование ...вательного учреждения, ...ом Вы обучаетесь в ... время	МБОУ „ЛИЦЕЙ N57"

...сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ...ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Охина

Шифр 07807

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

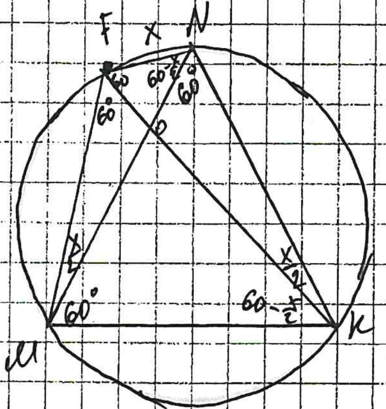
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
1	0	2	7	4	14

Задание 5

Дано: $\triangle MNK$ - равност., вписан в окр-ть

Док-ть: $FM^4 + FN^4 + FK^4$ не зависит от т. F



Док-во: т.к $\triangle MNK$ - равност. $\Rightarrow \angle MNK = \angle NKM = \angle KMN = 60° \Rightarrow \overset{\frown}{KN} = \overset{\frown}{MN} = \overset{\frown}{MK} = 120°$

пусть $MN = NK = MK = a$, а $\overset{\frown}{FN} = x°$

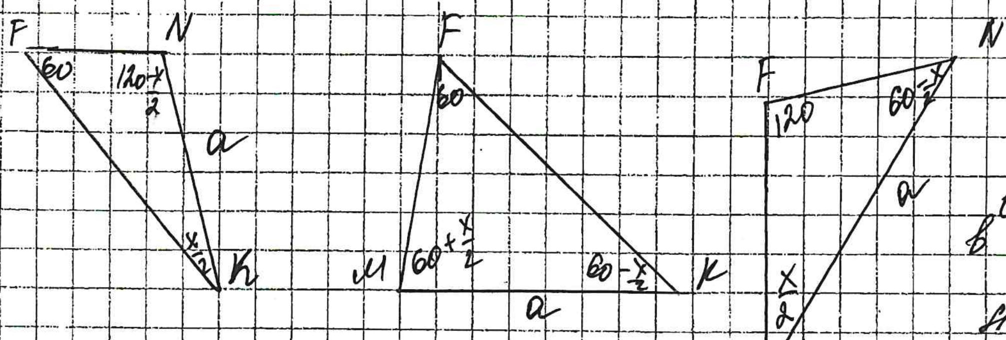
1. $\angle NKF = \frac{x}{2}$ (на дугу $\overset{\frown}{FN}$) $= \angle FMN$

$\angle MFK = 60°$ (на дугу $\overset{\frown}{MK}$)

$\angle FNM = 60 - \frac{x}{2}$ (на дугу $\overset{\frown}{FM} = 120 - x$)

$\angle NFK = 60°$ (на дугу $\overset{\frown}{NK}$)

2. Рассм. $\triangle$-и FKN, FMN, FKM



(по теореме синусов, учитывая, что все $\triangle$-и вписаны в одни. окр. (R-одни.), получим): $\sin 60 = \sin 120 = \frac{1}{2}$

$\frac{FN}{\sin\frac{x}{2}} = 2a$ $\quad \frac{FM}{\sin(60-\frac{x}{2})} = 2a$ $\quad \frac{FM}{\sin(60-\frac{x}{2})} = 2a$

$\frac{FK}{\sin(120-\frac{x}{2})} = 2a$ $\quad \frac{FK}{\sin(60+\frac{x}{2})} = 2a$ $\quad \frac{FN}{\sin\frac{x}{2}} = 2a$

Из вычислений, связанных с FK, следует $\sin(120-\frac{x}{2}) = \sin(60+\frac{x}{2})$.

$\Rightarrow$ величины FN, FK, FM зависят не от положения т. F, задающей величину дуги $x°$, а от стороны $\triangle MNK \Rightarrow$ и выражение суммы величин 4 степени также не зависит ☐

обоснование недостаточно

место для скобы

Шифр 07807

Задание 2

Заменим $x^2-2022=a$, тогда

$x^2-2023>0$

$x^2>2023$

$x>\sqrt{2023}$

$2^{\ln(a-1)}=\ln 2^a$

$2^{\ln(a-1)}=a\ln 2 \Rightarrow a-1=a$, что невозможно, поэтому корней нет

Ответ: $\varnothing$

Задание 4

Приравняем многочлен ax^3-ax^2+bx+b и используем теорему Виета для кубических уравнений, тогда коэффициенты:

$ax^3+bx^2+cx^2+d=0$ (стандр. вид) $\Rightarrow a=a \quad c=b$

$ax^3-ax^2+bx+b=0 \qquad b=-a \quad d=b$

Должны выполняться условия: $\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3=\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1x_2+x_2\cdot x_3+x_1x_3=\frac{a}{b}=1 \end{cases}$ (с учетом)

Преобразуем 2 скобку в равенстве:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{x_2x_3+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_1}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}$$

Подставим в равенство получившееся подсчеты:

$-\frac{b}{a}\left(\frac{1}{b}\cdot a\right)=-1 \Rightarrow$ при $a\neq 0$ и $b\neq 0$ равенство выполняется

$\boxtimes$

Задание 3

Перенесем единицу в левую часть и приведем дроби к общ. знаменателю:

$$\frac{2a(a+c)(a+b)+2b(b+c)(a+b)+2c(b+c)(a+c)-3(b+c)(a+c)(a+b)}{3(a+b)(a+c)(b+c)} \geq 0$$

Дробь ≥ 0, если числитель ≥ 0

Раскроем скобки и приведем подобные в числителе, получим:

$$2a^3+2b^3+2c^3-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-bc^2-ac^2 \geq 0$$

$$2a^3+2b^3+2c^3-a^2(b+c)-b^2(a+c)-c^2(a+b) \geq 0$$

$$a^2(2a-b-c)+b^2(2b-a-c)+c^2(2c-a-b) \geq 0$$

числа $a^2, b^2, c^2 \geq 0$ всегда,

не обязательно!

поэтому сумма 3 слагаемых ≥ 0, когда

$$\begin{cases} 2a-b-c \geq 0 \\ 2b-a-c \geq 0 \\ 2c-a-b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c \leq 2a-b \\ a \leq 2c-b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b-2c+b-2a+b \geq a \\ 4b-2c+3a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$ числа a, b, c - любые полож.

Задание 1

$$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33-2=0$$

$$7(y-5)(y-1)+2x^2+2x^2z^2+z^2-2=0$$

$$7(y-5)(y-1)=2x^2(1+z^2)+(z^2-2)$$