

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004538
Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы																
2.	Вариант	Математика 9 класс Вариант 3 закл																
3.	Класс	9																
4.	Фамилия	Н	О	С	О	В	А											
	Имя	Д	А	Р	Ь	Я												
	Отчество	А	Л	Е	К	С	А	Н	Д	Р	О	В	Н	А				
5.	Дата рождения	1	1			0	6			2	0	0	5					
		число		месяц		год												
6.	Страна	Казахстан																
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Павлодарская обл																
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город																
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Павлодар																
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГУ "Школа-лицей №8 для одаренных детей" г. Павлодар																

1 2 3 4 5 Σ
7 7 7 5 2 28 Еш

Задача 1 -

Шифр

004538

$$a + b = -\underbrace{2,4\dots44}_{2021} - \underbrace{1,55\dots56}_{2020} = -4$$

$$a = -\underbrace{2,4\dots44}_{2021} = -\frac{\overbrace{61111}^{2020}}{\underbrace{250\dots00}_{2019}} \approx -\frac{61}{25}$$

$$b = -\underbrace{1,555\dots56}_{2020} = -\frac{\overbrace{388\dots889}^{2019}}{\underbrace{4500\dots00}_{2019}} \approx -\frac{39}{25}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b+a)}{a^2 - b^2} = \frac{2ab(a^3 + b^3)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^2 - a^2)(b^2 + a^2)(b+a)}{a^2 - b^2} = \\ & = \frac{2ab(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} + (b^2 + a^2)(b+a) = 2ab(a+b) + (b^2 + a^2)(b+a) = \\ & = 2a^2b + 2ab^2 + b^3 + ab^2 + a^2b + a^3 = 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + a^3 = (a+b)^3 = \\ & = (-4)^3 = -64 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2yz = 625 \\ 2xy - z^2 = 625 \end{cases}$$

Приравняем две левые части уравнений

$$x^2 + 2y^2 - 2yz = 2xy - z^2$$

$$x^2 + 2y^2 - 2yz - 2xy + z^2 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) = 0$$

$$(x - y)^2 + (y - z)^2 = 0$$

Обе скобки - квадраты \Rightarrow всегда неотрицательные \Rightarrow

\Rightarrow обе скобки должны быть равны "0" \Rightarrow

$\Rightarrow x = y = z$; подставим в одно из уравнений

$$x^2 + 2x^2 - 2x^2 = 625 \Rightarrow x^2 = 625 \Rightarrow x = \pm 25$$

Ответ: $(x; y; z) = (+25; +25; +25)$ или $(-25; -25; -25)$

Задача 3

$$\begin{cases} y = x^2 + ax + b \\ y = x^2 + cx + d \end{cases} \quad (x, y) = (1, 1)$$

Шифр

004538

Подставим x и y в уравнения парабол

$$\begin{cases} 1 = 1 + a + b \\ 1 = 1 + c + d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = a + b \\ 0 = c + d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -b \\ c = -d \end{cases}$$

Рассмотрим две части неравенства отдельно &

$$\begin{cases} c^{2022} - b^{2021} = c^{2022} + a^{2021} \\ a^{2021} + d^{2022} = a^{2021} + c^{2022} \end{cases} \Rightarrow c^{2022} - b^{2021} = a^{2021} + d^{2022} \Rightarrow$$

 \Rightarrow Это неравенство неверно (такого бытия не может)

$$a^4 - b^2ac + c^4 \geq a^2bc - b^4 + c^2ab$$

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$$

Используем неравенство Коши ($x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$)

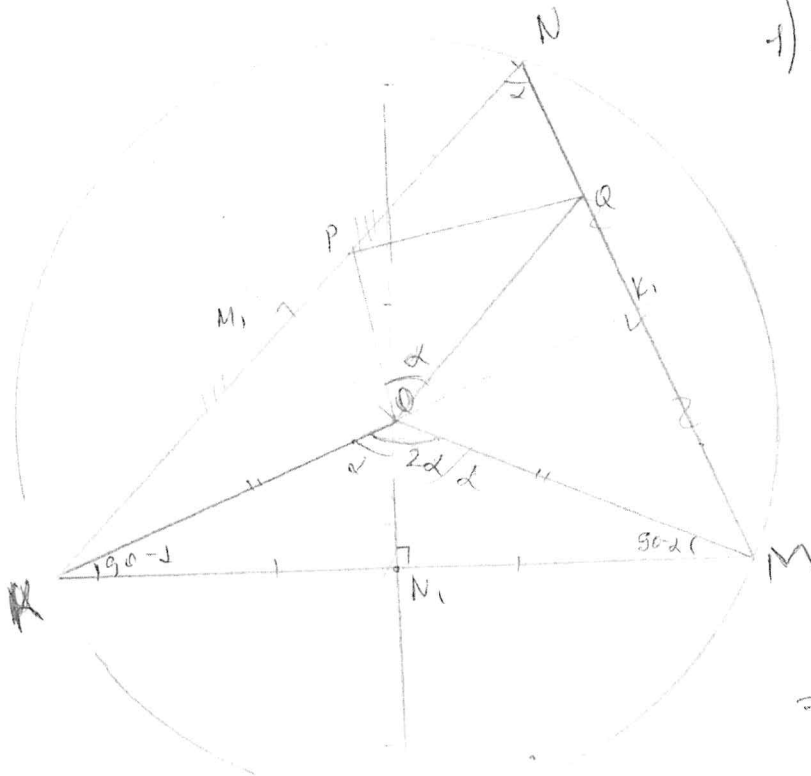
$$a^4 + b^4 + c^4 = (a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 \geq a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 =$$

$$= (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2 \geq (ab)(bc) + (bc)(ca) + (ca)(ab) = abc(a + b + c)$$

ч.ш.д.

Задача 5

Шифр



- 1) $\angle KMN = \alpha$, т.к.
 $\angle KOM = 2\alpha$ - центральный,
а $\angle KMN$ - вписанный
(на одной дуге)
- 2) построим окружность
вписанную в $\triangle KMN$ -
- пересечение середин
- перпендикулярно реб. \Rightarrow
 $\Rightarrow ON_1$ - ~~длина~~
медиана
равнобедр. $\triangle KMN \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OKM = \angle OMN_1 = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2}$
 $= 90 - \alpha$

3) Четырехугольники
 KON_1M , M_1ON_1K , M_1OK_1N - вписанные

4)