Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03727

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	Никифоров
	Имя	Владислав
	Отчество	Дмитриевич
5.	Дата рождения	24 (Число) 05 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Кемеровская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Новокузнецк
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБ НОУ „Лицей №84 им. В. А. Власова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

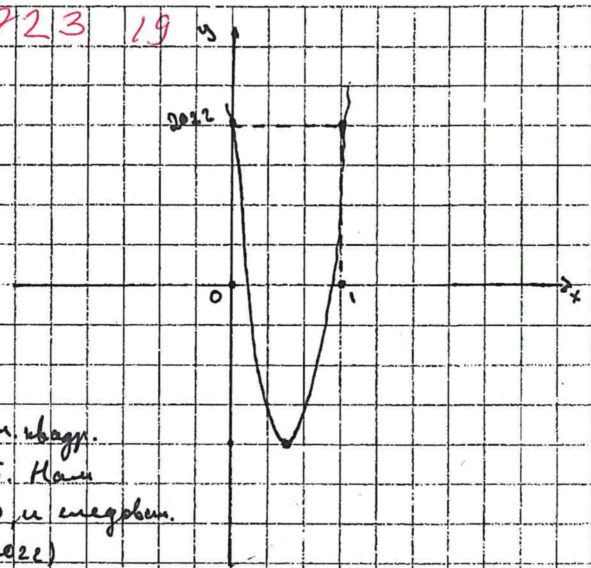
Шифр 03727

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19		Емельянова	Емел

1	2	3	4	5	Σ
-	7	7	2	3	19

№ 2



$p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$

при $x \in [0;1]$, $-2022 \le p(x) \le 2022$

Найдем $(p(x))$ при $x=0$ и $x=1$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ p(0) = 2022 \\ 2)\ p(1) = 2022 \end{array}\right\} p(0)=p(1)$$

Можно сделать вывод, что графиком $p(x)$ явл. квадр. функция, вершина которой находится на $x=0,5$. Нам известно, что $p(x) \ge -2022$. Значит $(a+1) \ge 0$ и следов. вершина параболы имеет координаты $(0,5; -2022)$

Подставим эти значения:

$$-2022 = (a+1)\cdot 0,25 - (a+1)\cdot 0,5 + 2022 \Rightarrow a+1 = \frac{4044}{0,25} \Rightarrow a_{max} = \frac{4044}{0,25} - 1 = 16175$$

Ответ: $a_{max} = 16175$

№ 3

Рассмотрим корни выражений $a^3-2022a+1011$; $b^3-2022b+1011$; $c^3-2022c+1011=0$

1) a_1, a_2, a_3 – корни $(a^3-2022a+1011)$
2) b_1, b_2, b_3 - корни $(b^3\ 2022b+1011)$
3) c_1, c_2, c_3 – корни $(c^3-2022c+1011)$

} Так как коэффициенты при младшем члене и свободный коэффициент для трёх выражений равны, то можно сказать, что:

$a_1=b_1=c_1$; $a_2=b_2=c_2$; $a_3=b_3=c_3$; $a_1 \ne a_2 \ne a_3$. Тогда ~~нужно~~ заменим выражение на это же, но с переменной z и представим его в виде: $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)=0$:

$(z-a)(z-b)(z-c)=0$

Преобразуем выражение: $z^3 - z^2(c+b+a) + z(bc+ac+ab) - abc = 0$

Заметим, что:

$c+b+a=0$, $bc+ac+ab = -2022$; $abc = -1011$

Теперь рассмотрим выражение $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$:

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} = \frac{bc+ac+ab}{abc}$

Подставим нужные значения

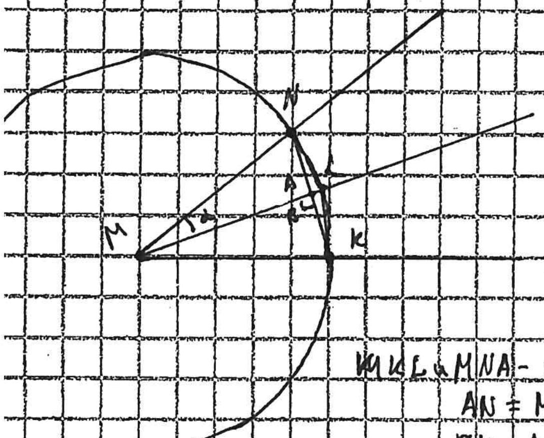
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{-2022}{-1011}=2$

№5

Дано: M - центр окр.; Окр $\cup\ \angle(N\ K)$, LM - бисс. NMK

$S_{MNLK}=25$, $\angle LMN=30^\circ=\alpha$

Найти: MN + MK



Решение

MN = MK (радиусы) = ML; $\angle LMN=\angle LMK=30^\circ$ (LM - бисс.)

Опустим перпендикуляры из точек N и K на LM, в т. A и B.

MKL и MNA - прямоуг. треуг. Тогда:

$AN = MN\cdot\sin\alpha$

$BK = MK\cdot\sin\alpha$

Определим площади MNL и MLK

$S_{MNL}=\frac{1}{2}\cdot ML\cdot NA=\frac{1}{2}\cdot MN\cdot MN\sin\alpha=\frac{1}{2}MN^2\cdot\sin\alpha$

$S_{MLK}=\frac{1}{2}\cdot ML\cdot KB=\frac{1}{2}MK\cdot MK\sin\alpha=\frac{1}{2}MK^2\cdot\sin\alpha$

Сумма этих площадей и есть S_{MNLK}.

$$\left.\begin{array}{l} S_{MNLK}=S_{MNL}+S_{MLK}=\frac{1}{2}MN^2\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}\cdot MK^2\cdot\sin\alpha \\ MN=MK=x \end{array}\right\} S_{MNLK}=\frac{x^2}{2}\Rightarrow x=5\sqrt{2}$$

Тогда $MN+MK=10\sqrt{2}$

Ответ: $MN+MK=10\sqrt{2}$

№4

Доказать: $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2\geq 0$

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2=$
$=(ax)^2+(ay)^2+(az)^2+(bx)^2+(by)^2+(bz)^2+(cx)^2+(cy)^2+(cz)^2-(ax+bz)^2-$
$-(by+cx)^2-(cz-ay)^2=(cy)^2+(az)^2+(bx)^2-2bycx-2axbz+2czay$

Выражения

$(ax+bz)^2=(ax)^2+(bz)^2+2azbx$

$(by+cx)^2=(by)^2+(cx)^2+2bxcy$

$(cz-ay)^2=(cz)^2+(ay)^2-2azcy$