Место для скобы

019562

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	НЕВЕРОВА-СИМЧИТ
	Имя	ЕЛЕНА
	Отчество	ВАЛЕРЬЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 27; Месяц: 09; Год: 2005
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Республика Тыва
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Кызыл
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГАНООУРТ „ГЛРТ" (государственная автономная нетиповая общеобразовательная организация Республики Тыва „Государственный лицей Республики Тыва")

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Elio

10.	Контактный телефон	+79835905481
11.	e- mail	m2011g@yandex.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/ НЕТ
13.	Документ, удостоверяющий личность	серия: 9319; номер: 633530 МВД по Республике Тыва 16.11.2019 кем и когда выдан кем и когда выдан
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ

то для
обы

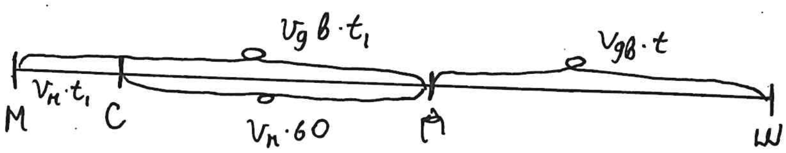
Шифр 019562

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23	14.03.20	Корякина Е.Е.	[signature]

№21 Ответ: В 13 раз. ?

Решение: 60 минут - столько ~~Ваня~~ Никита бежал пока дядя Ваня не начал ехать за ним



М - ~~максимальное~~ от координата ~~расстояние~~ на которой Никита уехал от дома дяди на максимальное расстояние
Д - дом
Ш - школа

ШД - обычное расстояние от дома до школы

∃ t - время, за которое дядя Ваня довозит Никиту обычно => $ШД = v_{дв}\cdot t$, где ~~t - скорость~~ $v_{дв}$ - скорость машины дяди Вани

C - точка где находился Никита через 60 минут после начала побега

$CД = v_н \cdot 60$, где $v_н$ - скорость Никиты

∃ t_1 - время, которое дядя Ваня потратил на то, чтобы догнать Никиту =>

=> $MД = t_1\cdot v_{дв}$ и $MC = v_н\cdot t_1$; MC - расстояние которое успел пробежать Никита, пока дядя его догонял.

Получается, в то утро дядя Ваня проехал от Д до М и обратно, а затем от Д до Ш, т.е его общий путь = $2\cdot MД + ШД$, и это расстояние он преодолел за $(t+20-10)$ минут, т.к. он ~~снова~~ стартовал на 10 минут позже обычного и привез Никиту на 20 минут позже. =>

=> $2\cdot MД + ШД = v_{дв}(t+20-10)$

$2MД + ШД = 2(MC+CД)+ШД$ (подставим MC и CД и ШД другие)

$2(MC+CД)+ШД = 2(v_н\cdot t_1 + \cancel{v_{дв}}\, v_н\cdot 60)+v_{дв}\cdot t$

левые части равенств равны => правые тоже

$v_{дв}t + 10v_{дв} = v_{дв}t + 2v_н(60+t_1)$

$10v_{дв} = 2v_н(60+t_1)$

$\cancel{\frac{v_{дв}}{v_н} = \frac{60+t_1}{5} = 12+\frac{t_1}{5}}$ Скорость сближения дяди Вани и Никиты при погоне $=(v_{дв}-v_н)$. С такой скоростью было преодолено расстояние изначальное между ними за t_1, т.е. $CД = t_1(v_{дв}-v_н)$ => $v_н\cdot 60 = v_{дв}t_1 - v_н t_1$ =>

=> $v_н(60+t_1) = v_{дв}t_1$

Подставим найденное равенство:

$10v_{дв} = 2v_{дв}t_1$

$5 = t_1$

1	2	3	4	5	Σ
3	7	0	7	6	23

» для
бы

Шифр 019562

$10v_{дв} = 2v_{дв}t_1$

$5 = t_1$

Дядя Ваня нагнал Никиту за 5 минут.

Подставим t_1:

$10v_{дв} = 2v_н(60+5)$

$10v_{дв} = 130v_н$

$\frac{v_{дв}}{v_н} = 13$

Скорость машины дяди Вани выше скорости ведущего Никиты в 13 раз. +

№1 Ответ: 2,5.

Решение: $[x] + \{2x\} = 2,5$

$\{2x\} < 1$ – т.к. это дробное число / правильная дробь =>

=> $[x] > 1,5$, т.е $[x] \geq 2$, т.к. $[x]$ – целое число, при этом $[x] < 3$, т.к. иначе $[x]$ будет уже больше 2,5, т.к. $\{2x\}$ – полож. дробь.

Получается, что $[x] = 2$ в любом случае. Если $[x] = 2$, то $\{2x\} = 0,5$

Т.е. $\{x\} = 0,25$. Имеем число $x = [x] + \{x\} = 2 + 0,25 = 2,25$

Это единственное решение, т.к. $[x] = 2 \Rightarrow \{x\} = 0,25$ Не об.

Проверка:

$[x] + \{2x\} = [2,25] + \{2 \cdot 2,25\} = 2 + \{4,5\} = 2,5$ ∓

№5 Дано: Случай – большее основание = ML

NQ=3 – середина ML

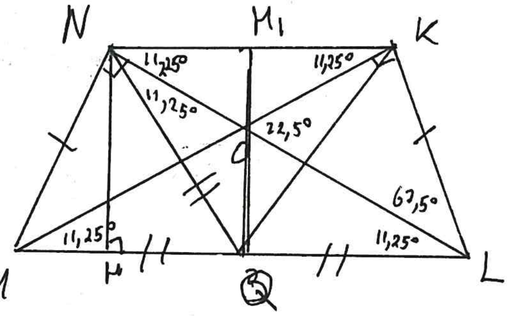
$MN \perp NL$ и $MK \perp KL$

O – точка пересечения MK и NL

$\angle MON = 22,5°$

MNKL – р/б трапеция

Найти: NH – высоту трапеции



Решение: NQ – медиана $\triangle MNL$, который п/у, т.к $\angle MNL = 90° \Rightarrow NQ = MQ = QL$

$\angle KOL = \angle NOM$, как вертикальные $\angle NOK = \angle MOL$, как вертикальные

$\angle MOL = 180° - \angle KOL = 180° - 22,5° = 157,5°$ как смежные

$\triangle MON = \triangle KOL$ по катету и двум равным углам ($MN = KL$; $\angle MNO = \angle OKL = 90°$ и $\angle NMO = \angle OLK = 90° - \angle MON = 90° - \angle KOL = 90° - 22,5° = 67,5°$) =>

=> $MO = OL$ и $NO = OK \Rightarrow \triangle NOK$ и $\triangle MOL$ – р/б $\Rightarrow \angle OML = \angle OLM = \angle ONK = \angle OKN =$

$= \frac{180° - \angle NOK}{2} = \frac{180° - 157,5°}{2} = 11,25° \Rightarrow \angle MNK = \angle NKL = \angle MNO + \angle ONK = 11,25° + 90° = 101,25°$, т.к.

MNKL – р/б $\Rightarrow \angle NML = \angle KLM = 180° - \angle NKL = 180° - 101,25° = 78,75°$ (т.к. MNKL – р/б трапеция и $NK \parallel ML$ и при пересечении секущей KL $\angle NKL = \angle MLK$)

Шифр 019562

$KQ = NQ$, т.к. $\triangle MNL = \triangle KLM$ ($KL = MN$, т.к. $MNKL$ - р/б трапеция; $\angle MNL = \angle MKL = 90^\circ$; ML - общая сторона) $\Rightarrow$

$\Rightarrow KQ = NQ = 3 \Rightarrow \triangle KQN$ - р/б $\Rightarrow$ ~~$\angle KQN = 180^\circ - \angle QN$~~

4 из 6

$\Rightarrow \angle KQN = 180^\circ - \angle QNK \cdot 2$

$\triangle NQL$ - р/б (т.к. $NQ = QL$) $\Rightarrow \angle QNL = \angle QLN = 11,25^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QNK = \angle QKN = \angle QNL + \angle LNK = 11,25^\circ + 11,25^\circ = 22,5^\circ$, т.к.

$\triangle QNK$ - р/б $\Rightarrow \angle KQN = 180^\circ - 22,5^\circ \cdot 2 = 135^\circ$

По теореме косинусов:

$$NK = \sqrt{QN^2 + QK^2 - 2 \cdot QN \cdot QK \cdot \cos\angle KQN} = \sqrt{3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 135^\circ}$$

// $\cos 135^\circ = -(\cos(45^\circ)) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 135^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$NK = \sqrt{18 - 18 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{9 \cdot (2 + \sqrt{2})} = 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$NH = QH_1$ - высоты трапеции $MNKL$

$S_{QNK} = \frac{QN \cdot QK \cdot \sin\angle NQK}{2}$ и при этом $S_{QNK} = \frac{QH_1 \cdot NK}{2}$

$$\frac{QN \cdot QK \cdot \sin\angle NQK}{2} = \frac{QH_1 \cdot NK}{2}$$

$$3 \cdot 3 \cdot \sin\angle 135^\circ = QH_1 \cdot 3\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$3 \sin\angle 135^\circ = QH_1 \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} = QH_1 \sqrt{2 + \sqrt{2}} \quad \Big|^2$$

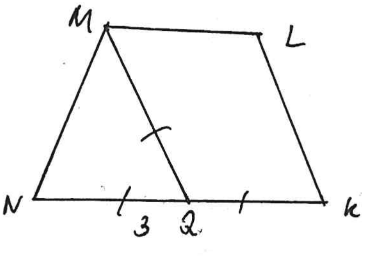
$$\frac{9 \cdot 2}{4} = QH_1^2 (2 + \sqrt{2})$$

$$QH_1^2 = \frac{9 \cdot 2}{4(2 + \sqrt{2})} = \frac{9}{2(2 + \sqrt{2})} = \frac{4,5}{2 + \sqrt{2}}$$

$$QH_1 = \sqrt{\frac{4,5}{2 + \sqrt{2}}} = NH$$

2 случай ~~NQ~~ NK - бо́льшее основание $\Rightarrow NQ = 3$ - длина ML половины $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ MQ - медиана п/у треугольника, затем всё аналогично



Ответ: Высота трапеции = 3.

о для
бы

Ответ: Да, могут.

|№3| $g(x)=mx^2+nx+k$

Шифр 019562

|5 из 6|

$\exists g(x)=0$, тогда:

$mx^2+nx+k=0$

$D=n^2-4mk$

$x_1=\frac{\sqrt{n^2-4mk}+(-n)}{2m}$ $\quad x_2=\frac{-\sqrt{n^2-4mk}+(-n)}{2m}$

$x_1=\frac{\sqrt{n^2-4mk}-n}{2m}$ $\quad x_2=-\frac{\sqrt{n^2-4mk}+n}{2m}$

$x_1+x_2=\frac{-n}{m}$ $\quad x_1x_2=\frac{k}{m}$

теорема Виета

$g(x)$ - парабола, ветви которой смотрят вверх или вниз в зависимости от знака m

Найдем вершину этой параболы:

$x_0=\frac{-n}{2m}$

Рассмотрим два случая - когда m - положительное и когда m - отрицательное.

$\exists m$ - положительное, тогда ветви параболы смотрят вверх

И среди x_1 и x_2 наибольшее расположено правее x_0 ($\exists$ парабола пересекает ось x).

~~Найдем какое же из x будет больше (правее расположено)~~

~~x_2 x_1 = ... Сравним x_1 и x_2~~

Найдем какое же из x правее x_0:

$x_1-x_0=\frac{\sqrt{n^2-4mk}-n+n}{2m}=\frac{\sqrt{n^2-4mk}}{2m}$ - положительное / $2m$ - положительное

Значит x_1 правее чем $x_0 \Rightarrow x_1>x_2$

// при m - отрицательное получается, что (x_2-x_0) - положительное $\Rightarrow x_2$ правее $x_0 \Rightarrow x_2>x_1$

Вернемся к m - положительное; ~~и т.к. $x_1>x_2 \Rightarrow (x_1-x_2)$ положительное~~

$x_2=\frac{\sqrt{n^2-4mk}-n}{2m}$; $(\sqrt{n^2-4mk}-n)$ - отрицательное число или положительное, в зависимости от k:

$\sqrt{n^2-4mk}<n$

$n^2-4mk<n^2$

$-4mk<0$ - при k - положительным или $-4mk>0$ при k - отрицательным, а значит

и x_2 - положительное

Рассмотрим k - положительное. Получается k и m - положительные $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_1x_2=\frac{k}{m} \Rightarrow x_1\cdot x_2$ - положительное $\Rightarrow x_1$ и x_2 одинаковых знаков

// при m - отрицательное, получается k - или полож, или отриц тоже и тогда при k и m отрицательных, то $x_1\cdot x_2$ - положительное и x_1 и x_2 тоже одинаковых знаков, но только при одинаковых знаках k и m.

о для
бы

~~$x_0 = \frac{-n}{2m} \Rightarrow g(x) = n$~~

Шифр 19562

L 6 из 6

~~При m - положительное, x_0 должно быть~~

~~$\Rightarrow g(x) = m\left(\frac{-n}{2m}\right)^2 + n\left(\frac{-n}{2m}\right) + k = \frac{n^2 m}{2} + \frac{-n^2}{2m} + k = \frac{n^2(m^2-1)}{2m} + k$~~

x_1 и x_2 одинаковые знаков => при m - отрицательное:

$$\frac{\sqrt{n^2-4mk} - n}{2m} \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{n^2-4mk}+n}{-2m}$$

(- полож. < n; + полож. < n; отриц.; полож.)

n должно быть положительным, чтобы ~~оба должны быть~~ оба x - положительные

и n - отрицательное, чтобы оба x - отрицательные

при m - положительное получается, что при n - полож, $x < 0$ и при $n < 0$ x_1 и $x_2 > 0$

Рассмотрим $g(k) = mk^2 + nk + k$ и $g\left(\frac{1}{m}\right) = m\left(\frac{1}{m}\right)^2 + \frac{n}{m} + k = \frac{1}{m} + \frac{n}{m} + k$ при

m - отрицательное и $n > 0$:

$g(k)$ = отрицательное, т. к. k тоже < 0

$g\left(\frac{1}{m}\right)$ = отрицательное, но такого не должно быть

m - отрицательное и $n < 0$:

$g(k)$ = зависит от того nk больше ли чем $|mk^2 + k|$

$g\left(\frac{1}{m}\right)$ = зависит от того $\frac{n}{m}$ больше ли чем $\left|\frac{1}{m} + k\right|$

~~Следовательно это может быть~~

Может ли так быть что nk больше, а $\frac{n}{m}$ меньше. Да, может. => x_1 и x_2

могут быть одинаковых знаков.

|№4| $ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$ $|^2$

$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2b^2ac + 2a^2bc + 2c^2ab \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab + 2abc(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac})$

$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + b^2ac + a^2bc + c^2ab \geq 2abc(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac})$ $|: 2abc$

$\frac{ab}{2c} + \frac{bc}{2a} + \frac{ca}{2b} + \frac{b}{2} + \frac{a}{2} + \frac{c}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$

Докажем, что $\frac{ab}{2c} + \frac{c}{2} \geq \sqrt{ab}$ $|\cdot 2c$

$ab + c^2 \geq 2c\sqrt{ab}$

$c^2 - 2c\sqrt{ab} + ab \geq 0$

$(c - \sqrt{ab})^2 \geq 0$ - квадрат всегда ≥ 0

Аналогично, $\frac{bc}{2a} + \frac{a}{2} \geq \sqrt{bc}$ и $\frac{ac}{2b} + \frac{b}{2} \geq \sqrt{ac}$, а значит и все неравенство ~~выражение~~

верно: $\frac{ab}{2c} + \frac{bc}{2a} + \frac{ca}{2b} + \frac{b}{2} + \frac{a}{2} + \frac{c}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$

$ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$

чтд +