07330

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

ет	МАТЕМАТИКА
нт	1
	8
ия	НЕГОРЕЕВ
	ЗАХАР
тво	АЛЕКСАНДРОВИЧ
ождения	08 (Число) 01 (Месяц) 2008 (Год)
а	Россия
і *(пр: Томская обл., инградская область)*	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
иципального образования *і, деревня, село, город)*	ГОРОД
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	КЕМЕРОВО
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МАОУ „СОШ №14"

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ЗН

Шифр 07330

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	–	28

Задание №3

Решение:

$\frac{a\cdot c^2+b}{c} \geq 2\sqrt{a\cdot b} \quad |\cdot c$ (так как $c>0$ по условию)

$a\cdot c^2+b \geq 2c\cdot\sqrt{a\cdot b}$

Теперь обе части уравнения возведём в квадрат. Мы это можем сделать, потому $2c>0$, $\sqrt{ab}\geq 0 \Rightarrow 2c\cdot\sqrt{a\cdot b}\geq 0$ и $a\geq 0$, $b\geq 0 \Rightarrow a\cdot c^2+b>0$:

$(a\cdot c^2+b)^2 \geq 4c^2\cdot a\cdot b$

$(a\cdot c^2)^2 + 2ac^2b+b^2 \geq 4c^2\cdot a\cdot b \quad |+(-4c^2\cdot a\cdot b)$

$(a\cdot c^2)^2+b^2+2ac^2b-4c^2\cdot a\cdot b\geq 0$

$(a\cdot c^2)^2-2ac^2b+b^2\geq 0$

$(a\cdot c^2-b)^2\geq 0$

Так как любое число в квадрате больше или равно нулю, то $(a\cdot c^2-b)^2\geq 0$ - верное неравенство, а следовательно при любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство $\frac{a\cdot c^2+b}{c}\geq 2\sqrt{a\cdot b}$

Ч.Т.Д.

скобы

Шифр 07330

Задание №2

Решение:

Пусть будет Ш - стоимость 1-ой шоколадки, Г - стоимость газировки, П - стоимость печенья, х - это сколько потратил 11-рублевок Ваня на покупку. При этом Ш, Г и П - это целые числа по условию. Теперь составим 2 уравнения, когда расплачивался Ваня, и когда расплачивалась Маша.

$3Ш + 4Г + 5П = 11x$ (1)

$9Ш + Г + 4П = 11y$ (2)

Где y - это сколько потратила 11-рублевок Маша на покупку, и если y будет целым, то Маша сможет рассчитаться без сдачи, а если y будет нецелым, то Маша не сможет рассчитаться без сдачи. Домножим уравнение (1) на 3, а после из него вычтем уравнение (2):

$3Ш + 4Г + 5П = 11x \quad | \cdot 3$

$9Ш + 12Г + 15П = 33x$

$9Ш + 12Г + 15П - (9Ш + Г + 4П) = 33x - 11y$

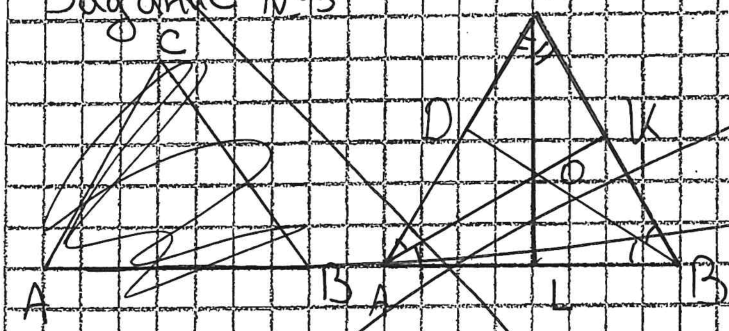
$9Ш - 9Ш + 12Г - Г + 15П - 4П = 11(3x - y)$

$11Г + 11П = 11(3x - y) \Rightarrow Г + П = 3x - y \Rightarrow y = 3x - Г - П$

x - целое $\Rightarrow$ 3x - целое, Г - целое, П - целое $\Rightarrow$ y тоже целое число

Ответ: Маша смогла рассчитаться 11-рублевками без сдачи

Задание №5



Дано: $AC=BC$, AK и CL - биссектрисы, $AK=2CL$

Найти: $\angle ACB$

Решение:

Проведём 3-ю биссектрису BD. Точкой пересечение биссектрис назовем O.

Задание №4

Решение:

Без ограничения общности пусть $q \geq p$, так как трехчлены полностью зеркальны и мы можем все q заменить p а p - на q. Теперь распишем дискриминант для 1-ого и 2-ого трехчленов:

$D_1 = 4p^2 - 4pq \Rightarrow D_1 = 4p(p-q)$

$D_2 = 4q^2 - 4pq \Rightarrow D_2 = 4q(q-p)$

Теперь нужно рассмотреть 4 случая, когда $q \geq p > 0$, $q=0$ или $p=0$, ~~или~~ $0 > q \geq p$ или $q > 0 > p$

1-ый случай ($q \geq p > 0$): можно заметить, что при $q \geq p > 0$ $q-p>0$ ~~$q-p \geq 0$~~, следовательно $D_2 = 4q(q-p) \geq 0 \Rightarrow$ при положительных значениях q и p один из трехчленов будет иметь корень.

2-ой случай ($q=0$ и $p=0$): у нас получится, что $D_1=0$ или $D_2=0 \Rightarrow$ один из трехчленов будет иметь корень

3-ий случай $(0>q\geq p)$: При $0>q\geq p$ $p-q<0$ и $4p<0$, так как $p<0 \Rightarrow D_1=4p(p-q)$ – произведение 2-х отрицательных чисел, то есть $D_1>0 \Rightarrow$ один из трехчленов будет иметь корень

4-ый случай $(q>0>p)$: Можно заметить, что $q-p>0$, $q>0$, а значит $D_2=4q(q-p)>0 \Rightarrow$ один из трехчленов будет иметь корень.

Тогда получается что при любых p и q хотя бы один из двух данных трёхчленов имеет корень.

ч.т.д.

Задание №1

Решение:

$$2y^2-2xy+x+9y-2=0$$

$$2y(y-x)+9y+x-2=0$$

$$2y(y-x)+9y+x-2+10y-10y=0$$

$$2y(y-x)-y+x-2+10y=0$$

$$2y(y-x)-(y-x)-2+10y=0$$

$$(y-x)(2y-1)-2+10y=0$$

$$(y-x)(2y-1)=2-10y \Rightarrow y-x=\frac{2-10y}{2y-1} \Rightarrow x=y-\frac{2-10y}{2y-1}$$

$$x=y+\frac{10y-2+5-5}{2y-1}$$

$$x=y+\frac{5(2y-1)-2+5}{2y-1} \Rightarrow x=y+5+\frac{3}{2y-1}$$

Уравнение можно было делить $2y-1$, так как $2y-1$ не может равняться нулю, потому что если $2y-1=0$, то $y=0{,}5$, а y по условию целое число. Так как x, y и 5 - целые числа, то $\frac{3}{2y-1}$ должно тоже быть целым. Отсюда следует, что $2y-1$ равен $-3, -1, 1$ или 3

$$\begin{cases} x=y+5+\frac{3}{2y-1} \\ \left[\begin{array}{l} 2y-1=-3\\ 2y-1=-1\\ 2y-1=1\\ 2y-1=3\end{array}\right.\end{cases};\quad \begin{cases} x=y+5+\frac{3}{2y-1} \\ \left[\begin{array}{l} y=\frac{-2}{2}=-1\\ y=\frac{0}{2}=0\\ y=\frac{2}{2}=1\\ y=\frac{4}{2}=2\end{array}\right.\end{cases};$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-1+5+\frac{3}{2\cdot(-1)-1}\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases} x=0+5+\frac{3}{2\cdot0-1}\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases} x=1+5+\frac{3}{2\cdot1-1}\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases} x=2+5+\frac{3}{2\cdot2-1}\\ y=2\end{cases}\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4+\frac{3}{-3}=4-1=3\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases} x=5+\frac{3}{-1}=5-3=2\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases} x=6+\frac{3}{1}=6+3=9\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases} x=7+\frac{3}{3}=7+1=8\\ y=2\end{cases}\end{array}\right.$$

Полученные 4 пары чисел являются нашим Ответом

Ответ: $\{3;-1\}$, $\{2;0\}$, $\{9;1\}$, $\{8;2\}$