Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03580

Шифр

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	НАЗАРОВА
	Имя	ДИАНА
	Отчество	АЛЕКСЕЕВНА
5.	Дата рождения	Число: 22; Месяц: 02; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Республика Бурятия
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Улан-Удэ
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ СОШ №19

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Назар

Шифр 03580

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Емельянова	Ем

2\. $p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$, $-2022 \le p(x) \le 2022$, $x \in [0;1]$

Найти: a_{max} – ?

1	2	3	4	5	Σ
3	7	1	3	2	16

Решение:

1) Т.к. $x \in [0;1]$ подставим $x=0$ и $x=1$ в трехчлен ($p(x)$ – парабола)

$\Rightarrow \begin{cases} p(0) = (a+1)\cdot 0^2 - (a+1)\cdot 0 + 2022 = 2022 \ (1) \\ p(1) = (a+1)\cdot 1^2 - (a+1)\cdot 1 + 2022 = 2022 \end{cases}$

Из (1) следует, что график данной функции симметричен относительно $x = 0{,}5$, также ветви параболы направлены наверх.

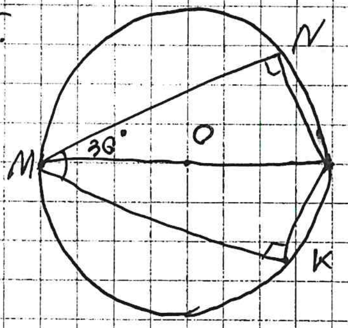
2) $-2022 \le p(x) \le 2022 \Rightarrow -2022 \le (a+1)\cdot 0{,}5^2 - (a+1)\cdot 0{,}5 - 2022 \le 2022$, при $p(0{,}5) \Rightarrow -2022 \le 0{,}25a + 0{,}25 - 0{,}5a - 0{,}5 - 2022 \le 2022 \Rightarrow$

$-2022 \le 2021{,}75 - 0{,}25a \le 2022 \Rightarrow \cancel{-0{,}25 \le a \le 4043{,}75}$ $-0{,}25 \le 0{,}25a \le 4043{,}75$

$\Rightarrow a = \dfrac{4043\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = 16175$

Ответ: $a_{max} = 16175$.

5\.



$S_{MNLK} = 25$, $\angle LMN = 30°$; LM – биссектриса $\angle NMK$

Найти: $MN + MK$ – ?

Решение:

1) Допустим, что ML проходит через центр окружности, тогда $\triangle MNL = \angle MKL$ и являются прямоугольными треугольниками (угол напротив диаметра равен 90°).

$S_{MNLK} = 2 \cdot S_{MNL} = \cancel{2} \cdot \dfrac{MN \cdot NL}{\cancel{2}} = \dfrac{MN \cdot MN}{2}$ (т.к. напротив угла в 30° лежит катет равный половине гипотенузы)

$\Rightarrow \dfrac{MN^2}{2} = 25 \Rightarrow MN^2 = 50 \Rightarrow MN = 5\sqrt{2} \Rightarrow MN + MK = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.

Ответ: $10\sqrt{2}$.

4\. $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) - (ax+bz)^2 - (by+cx)^2 - (cz-ay)^2 \ge 0$

для $\forall a, b, c, x, y, z$.

Доказательство:

$\cancel{a^2x^2} + b^2x^2 + \cancel{c^2x^2} + \cancel{a^2y^2} + \cancel{b^2y^2} + c^2y^2 + a^2z^2 + \cancel{b^2z^2} + \cancel{c^2z^2} - \cancel{a^2x^2} - \cancel{b^2z^2} - \cancel{b^2y^2} -$
$- \cancel{c^2x^2} - \cancel{c^2z^2} - \cancel{a^2y^2} - 2axbz - 2bycx + 2czay \ge 0$

$\Rightarrow b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2 - 2axbz - 2bycx + 2czay \ge 0$

$\Rightarrow b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2 \ge 2axbz + 2bycx - 2czay$

$\Rightarrow \dfrac{b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2}{2} \ge axbz + bycx - czay$

$\Rightarrow \dfrac{b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2}{2} \ge axbz + cy(bx - az)$ – Проанализировав это неравенство, мы приходим к выводу, что ~~будет~~ это так. ч.т.д.

Место для скобы

Шифр 03580

1. $1! + 2! + 3! + \ldots + n!$, где $n! = 1\cdot 2\cdot 3 \cdots n$

$\left.\begin{array}{l} 1! = 1 \\ 2! = 1\cdot 2 = 2 \\ 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow 1! + 2! + 3! = 9$ – точный квадрат

Ответ: 3.

3. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ – ?, где $a \neq b \neq c$

Решение:

$\begin{cases} a^3 - 2022a + 1011 = 0 \ (1) \\ b^3 - 2022b + 1011 = 0 \ (2) \\ c^3 - 2022c + 1011 = 0 \ (3) \end{cases} \Rightarrow a^3 - 2022a + 1011 = b^3 - 2022b + 1011 = c^3 - 2022c + 1011$

$\Rightarrow$ Возьмем (1) и (2)

$a^3 - 2022a + \cancel{1011} = b^3 - 2022b + \cancel{1011} \Rightarrow a^3 - 2022a - b^3 + 2022b = 0$

$\Rightarrow a^3 - b^3 - 2022(a-b) = 0$