Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03647

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11 Л
4.	Фамилия	НАСЫРИН
	Имя	ДМИТРИЙ
	Отчество	ВИТАЛЬЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 30; Месяц: 04; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город Карасук
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	г. Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №176 Карасукского района

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 03647

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
27		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
7	–	7	7	6	27

ЗАДАНИЕ 3

$p(x) = x^2+3x+2$

Рассмотрим $\left(1-\frac{2}{p(x)}\right)^{p(x)}$

$$\frac{1}{1}-\frac{2}{p(x)}=\frac{p(x)-2}{p(x)}=\frac{x^2+3x+2-2}{x^2+3x+2}=\frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}=\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$$

Тогда данная последовательность превращается в

$$\left(\frac{1\cdot(1+3)}{(1+1)(1+2)}\right)\cdot\left(\frac{2\cdot(2+3)}{(2+1)(2+2)}\right)\cdot\left(\frac{3\cdot(3+3)}{(3+1)(3+2)}\right)\cdot\cdot\cdot\left(\frac{2021(2021+3)}{(2021+1)(2021+2)}\right)$$

$$\left(\frac{1\cdot4}{2\cdot3}\right)\cdot\left(\frac{2\cdot5}{3\cdot4}\right)\cdot\left(\frac{3\cdot6}{4\cdot5}\right)\cdot\cdot\cdot\left(\frac{2021\cdot2024}{2021\cdot2023}\right)$$

Рассмотрим части данной последовательности:

① до $p(4)$: $\frac{1\cdot4}{2\cdot3}\cdot\frac{2\cdot5}{3\cdot4}\cdot\frac{3\cdot6}{4\cdot5}\cdot\frac{4\cdot7}{5\cdot6}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3\cdot1}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1\cdot7}{5\cdot1}=\frac{1}{3\cdot1}\cdot\frac{1\cdot7}{5\cdot1}$

② до $p(7)$: $\frac{1\cdot4}{2\cdot3}\cdot\frac{2\cdot5}{3\cdot4}\cdot\frac{3\cdot6}{4\cdot5}\cdot\frac{4\cdot7}{5\cdot6}\cdot\frac{5\cdot8}{6\cdot7}\cdot\frac{6\cdot9}{7\cdot8}\cdot\frac{7\cdot10}{8\cdot9}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3\cdot1}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}\cdot$
$\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1\cdot10}{8\cdot}$ [redacted] 1 $=\frac{1}{3\cdot1}\cdot\frac{1\cdot10}{8\cdot1}$ (Позиции чисел в последовательности важны), поэтому $\frac{I\cdot II}{III\cdot IV}$ (I, II, III, IV - позиции чисел у элемента последовательности), $I = x$, $II = x+3$, $III = x+1$, $IV = x+2$

заменим в новой интерпретации:

① до $p(4)$: $\frac{1}{III}\cdot\frac{II}{III}$ ② до $p(7)$ $\frac{1}{III}\cdot\frac{II}{III}$

[redacted] $(x=2)$ [redacted] $(x=4)$ [redacted] $(x=2)$ [redacted] $(x=7)$

Место для скобы

Шифр 03647

Заметим закономерность:

Значение такой последовательности равна

$\frac{1}{III} \cdot \frac{II}{III}$

$x=2$ — x равное значению переменной последней всегда функции последовательности.

Тогда преобразуем формулу последовательности с помощью этой закономерности:

$$\frac{1}{(2+1)} \cdot \frac{(2021+3)}{(2021+1)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2024}{2022} = \frac{1012}{3033}$$

где $x=2$, $x=2021$ (значение переменной функции $p(x)$, где последней является $p(2021)$)

Ответ: $\frac{1012}{3033}$

Задание 4

$a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0$

$b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0$

$c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0$

заменим $a=t$, $b=t$, $c=t$:

получим одинаковые уравнения:

$t^3 - 2022t^2 + 1011 = 0$

так как a, b, c родные корни ~~данного~~ данного уравнения, то:

$t^3 - 2022t^2 + 1011 = (t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)$ ($t_1; t_2; t_3$ — корни)

$t^3 - 2022t^2 + 1011 = (t-a)(t-b)(t-c)$

$t^3 - 2022t^2 + 1011 = t^3 - ct^2 - bt^2 + bct - at^2 + act + abt - abc$

места для скобы

Шифр 03647

$t^3 - 2022t^2 + 1011 = t^3 - t^2 \cdot (a+b+c) + t \cdot (ab+ac+bc) - abc$

$t^3 - 2022t^2 + 0 \cdot t + 1011 = t^3 - t^2 \cdot (a+b+c) + t \cdot (ab+ac+bc) - abc$

Коэффициенты соответственны, тогда:

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ -2022 = -(a+b+c) \\ 0 = ab + ac + bc \\ 1011 = -abc \end{cases} \qquad \begin{cases} a+b+c = 2022 \\ abc = -1011 \\ ab + ac + bc = 0 \end{cases}$$

Преобразуем данное выражение:

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc}$ из системы подставим знач-

ния $\frac{2022}{-1011} = -2$

Ответ: -2

Задание 1

$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$

Преобразуем: $\frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)-1}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+1)!} =$

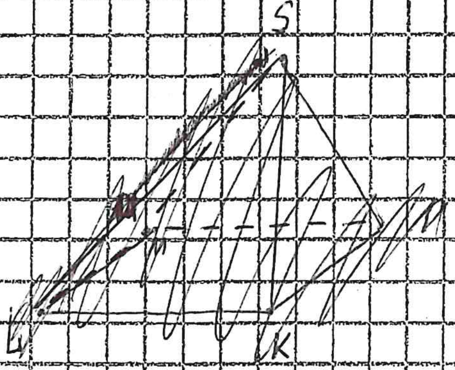
$= \frac{n+1}{n! \cdot (n+1)} - \frac{1}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$S_{2021} = \left(\frac{1}{1!} - \frac{1}{2!}\right) + \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{2020!} - \frac{1}{2021!}\right) +$

$+ \left(\frac{1}{2021!} - \frac{1}{2022!}\right) = 1 - \frac{1}{2022!}$

$2022! \cdot (S_{2021} - 1) = 2022! \cdot (1 - \frac{1}{2022!} - 1) = -1$ Ответ: -1

Задание 5



Дано:

SMNKL - 4-угольная пирамида

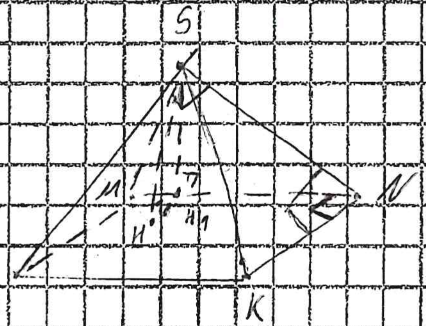
MNKL - прямоугольник

$MN = 5$ $SM = 3$

$NK = 2$ $SN = 4$

Найти:

V_{SMNKL}; SK; SL



Решение

$V_{пир} = \frac{1}{3} h S_{осн}$

Так как $S_{осн}$ постоянна и не зависит от длины SK и SL, то объём пирамиды SMNKL зависит от высоты. Чтобы объём был максимален, высота должна быть наибольшей. ← в каком случае она будет наибольшей? нет обоснования

Рассмотрим ΔMSN:

$MN^2 = SM^2 + SN^2$, $25 = 9 + 16 \Rightarrow \Delta MSN$ - прямоугольный, $\angle S = 90°$

Проведём высоту SH_1 в ΔMSN: $SH_1 \perp MN$

SH - высота пирамиды, $SH \perp MNKL$

Рассмотрим ΔSHH_1:

$\angle H = 90°$ ($SH \perp MNKL$), тогда катет $SH < SH_1$ (гипотенузы),

Место для скобы

Шифр 3647

если SH и SH_1 не совпадают. Если SH и SH_1 совпадают, что высота ~~[illegible]~~ пирамиды будет наибольшей, тогда грань MSN будет перпендикулярна основанию $\Rightarrow \angle SNK$ и $\angle SML$ прямые (по Т.Т.П.).

Из $\triangle SNK$: $\angle SNK = 90° \Rightarrow \triangle SNK$ - прямоугольный

$NK = 2$

$SN = 4$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow SK = \sqrt{NK^2 + SN^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Из $\triangle SML$: $\angle SML = 90° \Rightarrow \triangle SML$ - прямоугольный

$ML = NK = 2$ ($MNKL$ - $\square$)

$SM = 3$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow SL = \sqrt{SM^2 + ML^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

В $\triangle MSN$:

$SH_1 = \frac{SM \cdot SN}{MN} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4$

$V_{SMNKL} = \frac{1}{3} \cdot SH_1 \cdot S_{MNKL} = \frac{1}{3} \cdot 2,4 \cdot 2 \cdot 5 = 8$

Ответ: $V_{SMNKL} = 8$; $SK = 2\sqrt{5}$; $SL = \sqrt{13}$