

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	21.03.21	Корсакина Е.Е.	и

№2

$$\begin{cases} 1) xz + 5yz - 6xy = -2y \\ 2) 2xz + 9yz - 9xy = -12y \\ 3) yz - 2xy = 6y \end{cases}$$

Вычтем 3) уравнение

$$yz - 2xy = 6y \quad | : y$$

$$z - 2x = 6$$

$$z = 6 - 2x$$

Вычтем 1) и 2)

$$\begin{cases} 1) xz + 5yz - 6xy = -2y \quad | \cdot 2 \\ 2) 2xz + 9yz - 9xy = -12y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) 2xz + 10yz - 12xy = -4y \\ 2) 2xz + 9yz - 9xy = -12y \end{cases}$$

Отнимем от 1) уравнения 2) уравнение

$$yz - 3xy = 8y \quad | : y$$

$$z - 3x = 8$$

$$z = 8 + 3x$$

$$\begin{cases} z = 6 - 2x \\ z = 8 + 3x \end{cases} \quad \begin{aligned} 6 - 2x &= 8 + 3x \\ x &= -2 \\ z &= 8 + 3 \cdot (-2) \\ z &= 2 \end{aligned}$$

~~$$2y - 2 \cdot (-2) \cdot y = 6y$$~~

~~$$2y + 4y = 6y$$~~

~~$$6y = 6y \quad y \text{ любое}$$~~

Ответы: -2 ; любое; 2

~~$$\begin{aligned} x &= -2 \\ z &= 2 \\ y &= \text{любое} \end{aligned}$$~~

~~Ответ записать в порядке x, y, z~~

1	2	3	4	5	Σ
0	3	7	5	5	20

$$-2 \cdot 2 + 5 \cdot y \cdot 2 - 6 \cdot (-2) \cdot y = -2y$$

$$-4 + 10y + 12y = -2y$$

$$24y = 4$$

$$y = \frac{1}{6}$$

$$x = -2$$

$$y = \frac{1}{6}$$

$$z = 2$$

Ответ записан в порядке $x; y; z$

ответ: $-2; \frac{1}{6}; 2$

№3

Х

относительно $f(x)$, $f(0) + f(1) = 0$, $f(2) + f(3) = 0$.

Найти сумму корней уравнения $f(x) = 2021$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c$$

$$f(1) = a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = a + b + c$$

$$f(0) + f(1) = 0$$

$$c + a + b + c = 0$$

$$1) 2c + a + b = 0$$

$$f(2) = a \cdot 4 + b \cdot 2 + c = 4a + 2b + c$$

$$f(3) = a \cdot 9 + b \cdot 3 + c = 9a + 3b + c$$

$$f(2) + f(3) = 0$$

$$4a + 2b + c + 9a + 3b + c = 0$$

$$2) 2c + 13a + 5b = 0$$

Отнимем от 2) уравнения 1) уравнение

$$12a + 4b = 0$$

$$4b = -12a$$

$$b = -3a$$

$$c + a + b + c = 0$$

$$2c + a - 3a = 0$$

$$2c = 2a$$

$$c = a$$

$$b = -3a$$

$$f(x) = 2021$$

$$ax^2 + bx + c = 2021$$

$$cx^2 - 3cx + c = 2021$$

$$cx^2 - 3cx + c - 2021 = 0$$

По формуле Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3c}{c} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c-2021}{c} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c-2021}{c} \end{cases}$$

Из этого следует сумма корней уравнения $f(x) = 2021$ равна 3

Ответ: 3

X

N5

$$a + b \leq c + h$$

$$(a+b)^2 \leq (c+h)^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab \leq c^2 + h^2 + 2ch$$

$$1) \quad 2ab \leq h^2 + 2ch$$

$$2) \quad 0 \leq h^2$$

$0 < h^2$, тогда $a + b < c + h$

1) По Пифагору $a^2 + b^2 = c^2$

2) Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{a \cdot b}{2}$ или $\frac{c \cdot h}{2}$, тогда $\frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$
 $2ab = 2ch$

Ответ: невозможно

X

N1

Предположим, что все три числа $\sqrt{x^2 + 2021} - x$, $\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2021}$, $2x - \sqrt{x^2 + 2021}$ целые, тогда если сложить два целых числа получим целое, отсюда следует $(\sqrt{x^2 + 2021} - x) + (2x - \sqrt{x^2 + 2021}) = x$, получим, что x целое число. Тогда число $\sqrt{x^2 + 2021} - x$ целое только тогда, когда $\sqrt{x^2 + 2021}$ тоже целое. Если $\sqrt{x^2 + 2021}$ целое,



то в числе $-\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2027}$, $\sqrt{x^2+2}$ тоже должно быть целым, но число $\sqrt{x^2+2}$ является целым только в одном случае, когда $x = \sqrt{2}$, что противоречит тому, что x целое число. Тогда наше предположение неверно и все три числа не могут являться целыми, из этого следует такого числа x не существует.

Ответ: не существует

X