

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА  
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ  
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																					
2.	Вариант	I																					
3.	Класс	10																					
4.	Фамилия	М	О	С	К	В	И	Т	И	Н	А												
	Имя	Е	Л	Е	Н	А																	
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	Н	А													
5.	Дата рождения	2	4			0	4			2	0	0	3										
		Число				Месяц				Год													
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Республика Бурятия																					
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																					
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Северобайкальск																					
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ СОШ №11																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Елена

10.	Контактный телефон	8	9	2	4	6	5	2	8	8	8	2											
11.	e-mail	moskvitina.elena.2003@yandex.ru																					
12.	Профиль в вк	https://vk.com/elenamos2003																					
13.	Документ, удостоверяющий личность	8	1	1	7					7	1	5	2	6	5								
		серия				номер				МП УУМС Росеш по Республике Бурятия кем и когда выдан в 2 Северобайкальск 03.05.2017 кем и когда выдан													
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	нет																					
15.	Сирота (да/нет)	нет																					
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	да																					

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
24		Емельянова	Емел

Задача №1

$$2[x] + \{3x\} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \Rightarrow \{3x\} = \frac{1}{3} \Rightarrow \{x\} = \frac{1}{9}$$

Ответ:  $x = 1\frac{1}{9}$

*каждому не все решения*

$$\begin{array}{r|rrrrr|l} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 4 & 2 & 6 & 7 & 5 & 24 \end{array}$$

Задача №2

	1 учитель	2 учителя
Задачи	5 мин	3 мин
Теория	7 мин	4 мин
Всего на 1 учителя	12 мин	7 мин

Пусть  $x$  - учителей опросил 1 учитель, а  $y$  - учителей опросил 2 учителя, тогда  $x + y = 25 \Rightarrow y = 25 - x$

$$x \cdot 12 \approx (25 - x) \cdot 7$$

$$12x + 7x \approx 175$$

$$19x \approx 175$$

$$x \approx 9 \Rightarrow y = 25 - 9 = 16$$

$x \cdot 12 = 9 \cdot 12 = 108$  - время работы 1 учителя

$y \cdot 7 = 16 \cdot 7 = 112$  - время работы 2 учителя.

Ответ: 112 минут.

Задача №3

$$f(x^2 + y^2) \geq f(2xy) \text{ для любых } x \text{ и } y$$

Предположим, что оба корня трехчлена неотрицательны. Заметим, что для любых чисел  $0 \leq p \leq q$  можно подобрать неотрицательные числа  $x$  и  $y$ , что  $p = 2xy$  и  $q = x^2 + y^2$ . Следовательно, для любых чисел  $0 \leq p \leq q$  имеем  $f(p) \leq f(q)$ . Таким образом, на положительной полуоси функция возрастает. Поэтому ветви ее графика направлены

вверх. Но тогда он не может иметь два отрицательных корня поскольку это противоречит возрастанию функции. Ответ: хотя бы один из корней этого трехчлена отрицателен.

Задача №4.

Доказательство:

Возьмем  $a=1$  и  $b=1$ , имеем:

$$(1+1)(1 \cdot 1 + 2025) \leq 280 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \cdot 2026 \leq 180$$

$4052 \neq 180$  - неравенство не выполняется

Можно доказать обратное

$$(a+b)(ab+2025) \geq 180ab$$

Доказательство:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ - неравенство Коши}$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

В левой части заменим  $a+b$  на меньшее или такое же  $2\sqrt{ab}$

$$2\sqrt{ab}(ab+2025) \geq 180ab$$

$$ab+2025 \geq \frac{180ab}{2\sqrt{ab}}$$

$$ab+2025 \geq 90\sqrt{ab}$$

$$ab - 90\sqrt{ab} + 2025 \geq 0$$

$$(\sqrt{ab})^2 - 2 \cdot 45 \cdot \sqrt{ab} + 45^2 \geq 0$$

$$(\sqrt{ab} - 45)^2 \geq 0$$

Полученное неравенство выполняется, значит выполняется и исходное.

Задача №5

$S = 2 \cdot R^2$ , где  $R$  - радиус описанной окружности  
 $MP = NP = KP = LP = R$

$$MP^2 + NP^2 + KP^2 + LP^2 = 4R^2 = 25$$

Ответ:  $MNKL$  - квадрат, построенный ушками  
 $R$  - радиус описанной окружности, указанной ушками.

