

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
115	3.04.22	Тендринский И.И.	

$$\begin{array}{r|rr|rr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 7 & 7 & 0 & 0 & 7 \end{array}$$

2) Сначала найдем границы $(a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$

$$-4044 \leq (a+1)x^2 - (a+1)x \leq 0$$

Поскольку нужно найти наибольшую a , нужно чтобы разность $(a+1)x^2$ и $(a+1)x$ была наибольшей. Поскольку $x \in [0; 1]$, то x , при котором $(a+1)x^2 - (a+1)x$ будет наибольшей, равно 0,5.

Подставим в обе из границ:

$$(a+1)x^2 - (a+1)x \leq 0$$

$$0,25(a+1) - 0,5(a+1) \leq 0$$

$$-0,25(a+1) \leq 0$$

$$a \leq -1 \quad a \geq -1$$

$$(a+1)x^2 - (a+1)x \geq -4044$$

Заменим: $a+1 = y$

$$0,25y - 0,5y \geq -4044$$

$$-0,25y \geq -4044$$

$$y \leq 16176$$

возврат:

$$a+1 = y$$

$$a+1 = 16176$$

$$a_2 = 16175$$

$$a_1 < a_2$$

Ответ: $a_{\max} = 16175$ ✓

70

1) $1! = 1$	$1! + 2! = 3$	$1! = 1$ - периодич. т.к. это 1^2
$2! = 2$	$2! + 3! + 1! = 9$	$3! = 1 + 2 + 6 = 9$ - периодич. т.к. 3^2
$3! = 6$	$1! + 2! + 3! + 4! = 33$	
$4! = 24$	$1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$	
$5! = 120$		
$6! = 720$		

75

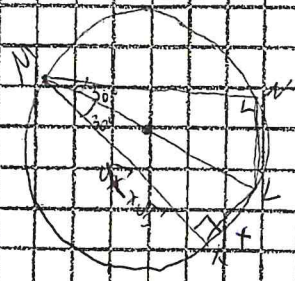
Все последующие факториалы
 обратятся к нулю
 произведение нуля кратности
 нулю

будет число проверки цифрой 0. $\Rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$, число 153 с последующими факториалами будет число проверки цифрой 3. Пример: $153 + 720 = 873$

Проверка цифрой квадрата будет проверка цифра квадрата проверено числа. При-
 мер: $16 \cdot 16 = 256$, $6 \cdot 6 = 36$. Проверка цифрой числа может быть только число
 принадлежало $[2; 9]$, так как квадратов этих чисел.

- $2^1 = 1$
 - $2^2 = 4$
 - $2^3 = 8$
 - $2^4 = 16$
 - $2^5 = 32$
 - $2^6 = 64$
 - $2^7 = 128$
 - $2^8 = 256$
 - $2^9 = 512$
 - $2^{10} = 1024$
- \Rightarrow на одно число не оканчивается на 3, а так как сумма всех факториалов
 после 4 заканчивается на 3, то она не может являться точной суммой
 чисел.
- Вариант: $n = 1$ и 3

75



Дано: $MNLK$ - вписана в окружность, ML - диаметр окружности
 $\angle KML = 30^\circ$, $KL = 5$
 Найти: $MN + MK$
 Решение:
 Стороны MN и MK разлок стороны вписанного угла
 \downarrow
 ML диаметр окружности \Rightarrow радиусы
 угол $MNL = \angle MKL = 90^\circ$ т.к. отрезок ML диаметр
 \downarrow
 $\triangle MNL = \triangle MKL$ т.к. $\angle MNL = \angle MKL = 90^\circ$, $\angle MLN = \angle MLK = 30^\circ$
 \downarrow
 $\triangle MKL$ и $\triangle MNL$ равны
 \downarrow
 $S_{\triangle MKL} = S_{\triangle MNL} = 12,5$

$$S_{MKL} = MK \cdot KL$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{KL}{MK} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow MK = \sqrt{3} KL$$

$$12,5 = \sqrt{3} KL \cdot KL$$

$$12,5 = \sqrt{3} KL^2$$

$$\frac{12,5}{\sqrt{3}} = KL^2$$

$$KL = \sqrt{\frac{12,5}{\sqrt{3}}}$$

$$MK = \sqrt{3} KL \Rightarrow MK + KL = 2 \sqrt{\frac{12,5}{\sqrt{3}}}$$

Ответ: $MK + KL = 2 \sqrt{\frac{12,5}{\sqrt{3}}}$

$$12,5 = \frac{\sqrt{3} KL \cdot KL}{2}$$

$$\frac{25}{\sqrt{3}} = KL^2$$

$$KL = \sqrt{\frac{25}{\sqrt{3}}}$$

$$MK = \sqrt{3} KL = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{25}{\sqrt{3}}} = 5 \sqrt{\sqrt{3}}$$

$$MK = \sqrt{3} KL$$

$$MK = 5 \sqrt{3} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 5 \sqrt{\sqrt{3}}$$

$$MK = MN \Rightarrow MK + MN = 2 \cdot 5 \sqrt{\sqrt{3}} = 10 \sqrt{\sqrt{3}}$$

Ответ: $10 \sqrt{\sqrt{3}}$

$$45^\circ < \alpha_1 < 46^\circ$$

$$0 < \alpha_2 < 1$$

$$-46 < \alpha_3 < -45$$

