Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003805

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Молчанов
	Имя	Виктор
	Отчество	Евгеньевич
5.	Дата рождения	Число: 02. Месяц: 09 Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Кемеровская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Новокузнецк
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБ НОУ „Лицей N84 имени В.А. Власова"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 003805

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19	30.03.21	Коряжкина Е.Е.	

N1 $\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2} = \frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b^2-a^2)(b^2+a^2)(b+a)}{(a-b)(a+b)} =$

$= \frac{2ab(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} - \frac{(b-a)(b+a)(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)(a+b)} =$

$= 2ab(a+b) + (a^2+b^2)(a+b) = (a+b)(a^2+2ab+b^2) = (a+b)^3$

$a = -1,\underbrace{4\ldots 44}_{2021}$ $b = -1,\underbrace{55\ldots 5}_{2020}6$

$a+b =$

$$\begin{array}{r} -1,4444\ldots44 \\ + \\ -1,5555\ldots56 \\ \hline -3,0000\ldots00 \end{array}$$

$\Rightarrow (a+b)^3 = (-3)^3 = -27$

Ответ: -27.

1	2	3	4	5	Σ
7	0	7	5	0	19

+

N3

$y = x^2+ax+b$ - проходит через (1; 1) => при x = 1 y = 1

$y = x^2+cx+d$ - проходит через (1; 1) => при x = 1 y = 1

$1 = 1+a+b \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow a=-b$

$1 = 1+c+d \Rightarrow c+d=0 \Rightarrow c=-d$

рассмотрим выражение: $c^{2020} - b^{2021} = (-d)^{2020} - (-a)^{2021} = d^{2020} + a^{2021}$

$\Rightarrow c^{2020} - b^{2021} = a^{2021} + d^{2020}$ - выражения равны, значит неравенство $a^{2021}+d^{2020} > c^{2020} - b^{2021}$ неверно. Ответ: не возможно

+

Место для скобы

Шифр 003805

№1

$2(a^4b+\cancel{ab^4})$

№4

$a^4+b^4+c^4 \geq \cancel{abc+} a^2bc+b^2ac+c^2ab$

$a^4+b^4+c^4 \geq abc(a+b+c)$ – выражение симметрично относ. a, b и c

Пусть $a \geq b \geq c$, тогда a можно представить как $a=c+x$ $(x \geq 0)$

$b=c+y$ $(y \geq 0)$

Запишем неравенство, заменив a и b:

$(c+x)^4+(c+y)^4+c \geq (x+c)(c+y)c(3c+x+y)$

Рассмотрим правую часть:

$(c+x)^4+(c+y)^4+c=(c^4+4xc^3+6x^2c^2+4x^3c+x^4)+(c^4+4yc^3+6y^2c^2+4y^3c+y^4)+c^4=$

$=3c^4+4c^3(x+y)+6c^2(x^2+y^2)+4c(x^3+y^3)+(x^4+y^4)$

Рассмотрим левую часть:

$c(c+x)(c+y)(3c+(x+y))=(c^3+c^2(x+y)+c(xy))(3c+(x+y))=$

$=3c^4+c^3(x+y)+3c^3(x+y)+c^2(x+y)^2+3c^2(xy+c(xy)(x+y)$

Полученное неравенство:

$\cancel{3c^4}\ 3c^4+4c^3(x+y)+6c^2(x^2+y^2)+4c(x^3+y^3)+(x^4+y^4) \geq 3c^4+4c^3(x+y)+\cancel{c^2(x+y)}c^2(x^2+5xy+y^2)+c(xy)(x+y)$

Вычтем левую часть из обоих частей неравенства:

$c^2(6x^2+6y^2-x^2-5xy-y^2)+c(4(x^3+y^3)-(xy)(x+y))+x^4+y^4 \geq 0$

$5c^2(x^2-xy+y^2)+c(4(x+y)(x^2-xy+y^2)-(xy)(x+y))+x^4+y^4 \geq 0$

$5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2)+x^4+y^4 \geq 0$

~~Рассмотрим случай, когда $c>0$. $5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2)+x^4+y^4 \geq 0$~~

~~(выражение неотриц., как сумма неотриц.)~~

~~Если $c=0$, то выражение $5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2)+x^4+y^4=x^4+y^4 \geq 0$~~

~~выраж. неотр., как сумма неотр.~~

Место для скобы

Шифр 003805

~~Если $c\geq 0$, то $5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2))+x^4+y^4$ положительны~~

~~это выражение неотр., если $5c^2((x-y)^2+xy$~~

Рассмотрим случай, когда $c>0$:

$5\overset{\geq 0}{c^2}(\overset{\geq 0}{(x-y)^2}+\overset{\geq 0}{xy})+c(4\overset{\geq 0}{(x+y)}\overset{\geq 0}{(x-y)^2})+\overset{\geq 0}{x^4}+\overset{\geq 0}{y^4}\geq 0$ — выражение неотр., как сумма неотр. выраж.

Если $c=0$, то это выраж. равно $\overset{\geq 0}{x^4}+\overset{\geq 0}{y^4}\geq 0$ выраж. неотр., как сумма неотр.

Если $c\leq 0$, то $5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2)+x^4+y^4\geq 0$, если

$5c^2((x-y)^2+xy)+c(4(x+y)(x-y)^2\geq 0$ (из второго выраж. следует первое)

~~$c(5c(x-y)^2+5cxy+4(x+y)(x-y)^2)\geq 0$~~

~~$5c(x-y)^2+5cxy+4(x+y)(x-y)^2\leq 0$~~ т.к. $c\leq 0$, то:

$5c((x-y)^2+xy)+4(4(x+y)(x-y)^2\leq 0$

Заменим $|c|=-c=d$

~~$(x-y)^2(4x-5d+4y)-5dxy\leq 0$~~

~~$(x-y)^2\cdot 4x-5d(x-y)^2+4y(x-y)^2-5dxy\leq 0$~~

$-5d((x-y)^2+xy)+4x(x-y)^2+4y(x-y)^2\leq 0$

Рассмотрим:

$f(d)=-5d((x-y)^2+xy)+4(x+y)(x-y)^2$ → при увеличении d ($|c|$), функция убывает, но при $d=0$ ($c=0$) выражение верно => при ~~уве~~ увеличении d, $f(d)\leq 0$, но d увелич., если c уменьш. => при $c\leq 0$ выражение верно.

Выражение верно при любом c, x и y

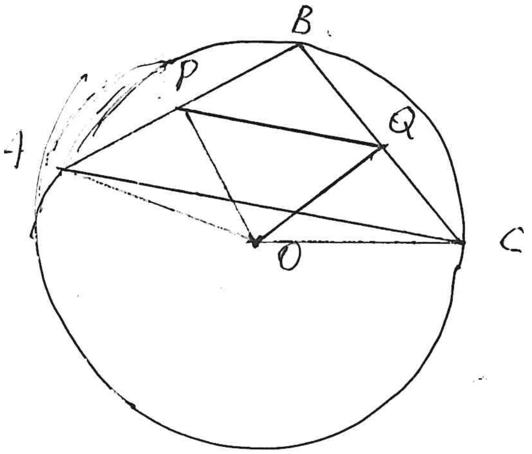
~~Т.к. выраж. симметрично отн. a, b и c, его справедливость при любом a и b тоже доказана можно доказать аналог. спос.~~

А значит $a^4+b^4+c^4\geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$ справедл. при любых a, b и c. ч.т.д.

Место для скобы

Шифр

№5



Дано:

$\angle AOC = \angle POQ$

O - центр опис. окр.

Доказать:

$P_{PBQ} \geq AC$

Доказательство:

Возможны 3 варианта: треугольник остроуг., прямоуг. или тупоуг.

Рассмотрим тупоуг. треуг.: $\angle AOC = 360° - 2\angle ABC$

$\angle POQ = \frac{\angle AOC}{2} = 180 - \angle ABC$

$\angle POQ + \angle ABC = 180 \Rightarrow PBQO$ - впис.