

Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03944

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																				
2.	Вариант	1 ВАРИАНТ																				
3.	Класс	9 КЛАСС																				
4.	Фамилия	М	И	Х	А	Й	Л	О	В													
	Имя	Н	И	К	И	Т	А															
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	И	Ч												
5.	Дата рождения	0	3							0	2								2	0	0	6
		Число		Месяц		Год																
6.	Страна	КЫРГЫЗСТАН																				
7.	Регион (пр: Томская обл., Калининградская область)	ЧУЙСКАЯ ОБЛАСТЬ																				
8.	Вид муниципального образования (пр: пгт, деревня, село, город)	ГОРОД																				
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	ТОКМОК																				
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	ШКОЛА-ГИМНАЗИЯ И.ИМ. А.С.ПУШКИНА																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись

Ан

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
245	3.04.22	Тендринская	

1) Может ли? $x, y = \text{целым числом}$

70

$$(x+2019)(x+2020) + (x+2020)(x+2021) + (x+2019)(x+2021) = y^2$$

$$x^2 + 2020x + 2019x + 2019 \cdot 2020 + x^2 + 2021x + 2020x + 2020 \cdot 2021 + x^2 + 2021x + 2019x + 2021 \cdot 2019 = 3x^2 + 10120x + (2019 \cdot 2020 + 2020 \cdot 2021 + 2021 \cdot 2019)$$

$$3x^2 + 10120x + ((2019 \cdot 2020) + (2020 \cdot 2021) + (2021 \cdot 2019))$$

Для сворачивания выражения в квадрат суммы, $(2019 \cdot 2020 + 2020 \cdot 2021 + 2021 \cdot 2019)$ должно делиться на k -нм при x , т.е на 3. Или же 10120 должно делиться на этот k -нм, т.е на 3. В нашем случае оба условия не пройдены. Т.к сумма двух кратных 3 и одного не кратного число не делится на 3, а 10120 не делится по признаку делимости. А это значит, что по теореме Виетта x будет иррационален или корни будут комплекс, что не даст свернуть выражение.

Ответ: не существуют

✓

1	2	3	4	5
7	7	5	7	2

2)

Выкуп 1 грн = Выкуп 2 грн

За два дня продажи - 13 кр, 2 с.к., 1 грн.

$$1 \text{ с.к.} = 1 \text{ грн} + 2x$$

$$1 \text{ кр} = 1 \text{ грн} + x$$

Сколько продали вещей в один день с футболкой

75

Решение:

Предположим, что цена футболки 5, а $x=10$ т.к все формулы привязаны к условию и от цены не зависит кол-во. Тогда всего было заработано:

$$13 \cdot (5 + 10) + 2 \cdot (5 + 10 + 10) + 5 = 250 \text{ за два дня, значит:}$$

125 за один день, предположим как мы можем получить 125 из 15, 25, 5

У нас не четное число кроссовок, значит костюмы были проданы в один день иначе сумма будет оканчиваться 0

Тогда из 15 пар мы можем взять 8 шт это будет 120 и одну футболку 5 это будет равно 125. У нас останется 8 пар по 15 и 2 костюма по 25 это будет равно тоже 125.

Других вариантов нет от того что мы не можем продать костюм и футболку в один день ибо сумма будет оканчиваться 0.

При изменении цены товара, их количество меняется не будет, т.к решаем в целых числах. А цены привязаны друг к другу.

Ответ: В тот же день, когда продали футболку было продано 8 пар кроссовок и 2 костюма.

$$\begin{aligned} & 4) (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) + (ax + bz)^2 - (by + cz)^2 - (cz - ay)^2 = \\ & = -((ax + bz)^2 + (by + cz)^2 + (cz - ay)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2)) = \text{раскроем скобки} = \\ & = -(a^2x^2 + b^2z^2 + 2axbz + b^2y^2 + c^2x^2 + 2bycz + c^2z^2 + a^2y^2 - 2czya - a^2x^2 - a^2y^2 - a^2z^2 - \\ & - b^2y^2 - b^2x^2 - b^2z^2 - c^2x^2 - c^2y^2 - c^2z^2) = -(2abx bz + 2bycz - 2czya - a^2z^2 - b^2x^2 - c^2y^2) = \\ & = (a^2z^2 + b^2x^2 + c^2y^2 + 2czya - 2bycz - 2abx bz) = \text{сгруппировали по формуле} \\ & (a - b + c)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - 2bc + c^2 + 2ac = (az - bx + cy)^2 \end{aligned}$$

Ответ: $(az - bx + cy)^2$

5) Дано!

$\triangle MNK$

$MN = MK = 8$

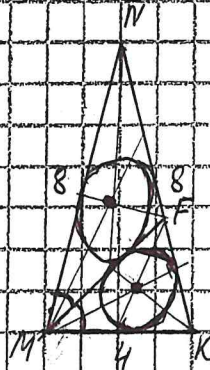
$MK = 4$

Окружности вписанные

в $\triangle MNF$ и $\triangle MKF$ касаются друг друга

Найти: S_{MNF} ; S_{MKF}

Решение!



Для касания окружностей точка F должна быть биссектрисой угла M,

т.к. это равнобедренный треугольник и центры окружностей находится на пересечении биссектрис.

Поскольку по условию подобия треугольников $\triangle MNF$ и стороны MN $\triangle MNF$ подобен $\triangle MNK$

с коэффициентом $(8:4) = 2$.

Площадь площади $\triangle MNK$ $S_{MNK} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S_{MNK} = \sqrt{10(10-8)(10-4)(10-8)} = \sqrt{240}$

Площади пропорциональны $= \frac{S_{MNF}}{S_{MNK}} = 2$

Из квадратов найдем пропорциональные числа для решения в целых. Это 81 и 169 .

Поскольку $S_{MNF} = \sqrt{169} = 13$, $S_{MKF} = \sqrt{81} = 9$

Ответ: $S_{MNF} = 13$; $S_{MKF} = 9$

25

3) Найти $g(2022)$ от g если он равен

15

$$g(x-y) = 2022(g(x) + g(y)) - 2021xy = 2022((2022x + 2021x) + (2022y + 2021y)) - 2021xy = 2022(4x + 4y) - 2021xy = 2021(2x + 2y) - 2021xy + x + y = 2021(x+y-xy) + x+y = x-y$$

Выясним как будет изменяться $g(x+y)$, мы поняли что это не зависит от x и y

Подставим 2022

$$g(2022) = 2022 \cdot 2022 - 2020 \cdot 2022 = 2022 \quad \text{т.к. изменение от разности не зависит}$$

Ответ: $g(2022) = 2022$