Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03651

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	МИХАЙЛОВ
	Имя	СТЕПАН
	Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	25 (Число) 04 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	Муниципальное бюджетное образовательное учреждение (МБОУ) Гимназия 21

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Шифр 03651

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
25		Емельянова	[signature]

1	2	3	4	5	Σ
7	–	5	7	6	25

1. $\frac{1}{2!}$ можно представить как: $\frac{1}{2!} = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!}$, Докажем: $\frac{1}{2!} = 0{,}5$

$\frac{1}{1!} = 1$

$0{,}5 = 1 - 0{,}5$

$0{,}5 = 0{,}5$

ч.т.д.

Докажем тоже самое для $\frac{2}{3!}$:

$\frac{2}{3!} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}$ $\qquad \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3-1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\frac{2}{3!} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$ $\qquad \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ Верно

$\frac{1}{2!} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{3!} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

В общем виде:

$\frac{n-1}{n!} = \frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!}$

$2022!\,(S_{2021} - 1)$ $\qquad S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots \frac{n}{(n+1)!}$

По-другому:

$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$S_{2021} = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \ldots + \frac{1}{2019!} - \frac{1}{2020!} + \frac{1}{2020!} - \frac{1}{2021!} + \frac{1}{2021!} - \frac{1}{2022!}$

$\frac{2019}{2020!} = \frac{1}{2019!} - \frac{1}{2020!}$

$\frac{2020}{2021!} = \frac{1}{2020!} - \frac{1}{2021!}$ $\qquad \frac{1}{1!} = 1$

После сокращения слагаемых останется:

$S_{2021} = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2022!}$

$S_{2021} - 1 = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2022!} - 1 = -\frac{1}{2022!}$

$2022!\,(S_{2021} - 1) = 2022!\left(-\frac{1}{2022!}\right) = -1$

Ответ: -1

3. $p(x) = x^2 + 3x + 2$

Разложим на множители:

По т-ме Виета: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

$p(x) = (x - x_1)(x - x_2) = (x+2)(x+1)$

$1 - \frac{2}{p(x)} = \frac{p(x)}{p(x)} - \frac{2}{p(x)} = \frac{p(x) - 2}{p(x)}$

$\frac{x^2+3x+2-2}{x^2+3x+2} = \frac{x^2+3x}{x^2+3x+2} = \frac{x(x+3)}{(x+2)(x+1)}$

$\frac{2}{p(1)} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 2}$ $\frac{2}{p(2)} = \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 3}$

$\frac{2}{p(3)} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 4}$ $p(2020) = \frac{2020 \cdot 2023}{2022 \cdot 2021}$

$\frac{2}{p(2021)} = \frac{2021 \cdot 2024}{2022 \cdot 2023}$

$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(2)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(3)}\right) \ldots \left(1 - \frac{2}{p(2020)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(2021)}\right) =$

$= \left(1 - \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 2}\right)\left(1 - \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 3}\right)\left(1 - \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 4}\right)\left(1 - \frac{2020 \cdot 2023}{2022 \cdot 2021}\right)\left(1 - \frac{2021 \cdot 2024}{2022 \cdot 2023}\right) =$

т.к. ~~во~~ число чисел ~~от~~ с 1 до 2021 = 2021, т.е. нечётное количество, то перед выр-ем стоит знак "-"

?

$= (-)\frac{1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 2020 \cdot 2023 \cdot 2021 \cdot 2024}{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2022 \cdot 2021 \cdot 2022 \cdot 2023} = -\frac{2023? \cdot 2024}{3 \cdot 2022 \cdot 2023?} =$

$= -\frac{2024}{3 \cdot 2022} = -\frac{1012}{3 \cdot 1011} = -\frac{1012}{3033}$

Ответ: $-\frac{1012}{3033}$

скобы

Шифр 03651

4. $\frac{1\cdot c}{ab}+\frac{1\cdot a}{bc}+\frac{1\cdot b}{ac}=\frac{c+a+b}{abc}$

$\begin{cases} a^3-2022a^2+1011=0 \\ b^3-2022b^2+1011=0 \\ c^3-2022c^2+1011=0 \end{cases}$ => Эти уравнения являются кубическими

вида: $x^3+kx^2+Lx+m=0$

$x^3+kx^2+Lx+m=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

Раскроем скобки: $(x-x_1)(x-x_2)=x^2-x\cdot x_2-x\cdot x_1+x_1x_2$

$(x^2-x\cdot x_2-x\cdot x_1+x_1\cdot x_2)(x-x_3)=x^3-x^2\cdot x_2-x^2\cdot x_1+x\cdot x_1x_2-$

$-x^2\cdot x_3+x\cdot x_2\cdot x_3+x\cdot x_1\cdot x_3-x_1\cdot x_2\cdot x_3=x^3-(x_1+x_2+x_3)\cdot x^2+$
$+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)x-x_1\cdot x_2\cdot x_3$

Вынесем общие множители:

$-x^2\cdot x_2-x^2\cdot x_1-x^2\cdot x_3=-x^2(x_1+x_2+x_3)$

$x\cdot x_1\cdot x_2+x\cdot x_2\cdot x_3+x\cdot x_1\cdot x_3=x(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)$

Коэффициент, стоящий перед x^2: $k=-(x_1+x_2+x_3)$

x: $L=x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3$

Свободный член: $-x_1x_2x_3=m$

Значит (из системы ур-ий): $k=-(x_1+x_2+x_3)=-2022$

$L=x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=0$

$m=-x_1x_2x_3=1011$

Т.к. коэффициенты уравнений одинаковы, то решения трёх уравнений будут совпадать

Т.е. $a_1=b_1=c_1$ $a_2=b_2=c_2$ $a_3=b_3=c_3$, то:

$a_1+b_2+c_3=$ ~~...~~ $-(x_1+x_2+x_3)=-2022$

$a_1+b_2+c_3=2022$

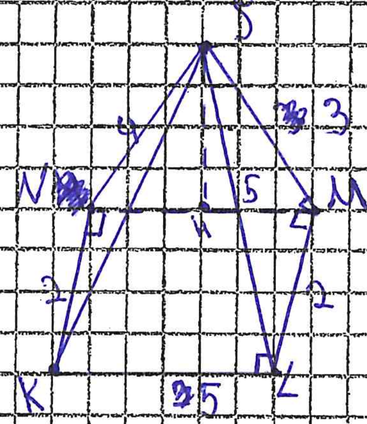
$a_1b_2c_3=-x_1x_2x_3=1011$

$a_1b_2c_3=-1011$

$\frac{a_1+b_2+c_3}{a_1b_2c_3}=\frac{2022}{-1011}=-2$

Ответ: -2

5.



Заметим, что объём пирамиды: $V = S_{осн} \cdot \frac{h}{3}$ напрямую зависит от её высоты и основания, т.к. основание не изменяется, то максимальный V_{max} объём будет достигнут при максимальной высоте, а это будет возможно тогда, когда грань, в к-й находится высота будет перпендикулярна плоскости. почему?!

Значит грань NSM должна быть перпендикулярна плоскости.

Найдём SH: △ NSM - египетский, а значит прямоугольный

$S_{NSM} = \frac{1}{2} \cdot NS \cdot SM = \frac{1}{2} \cdot SH \cdot NM$

$NS \cdot SM = SH \cdot MN$

$SH = \frac{NS \cdot SM}{MN} = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5}$

$V_{SMLKN} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNKL} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{12}{5} = 8$

$S_{MNKL} = NK \cdot NM = 2 \cdot 5 = 10$

(по ТТП:) $HM \perp ML$, HM - проекция SM на плоскость MLN $\Rightarrow SM \perp ML$ $\Rightarrow$ △ SML - прямоугольный. По т-ме Пифагора: $SL^2 = SM^2 + ML^2 \Rightarrow SL = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$HN \perp NK$, NH - проекция SN на (MNK) $\Rightarrow SN \perp NK \Rightarrow$ △ SNK - прямоуг. По т-ме Пифагора: $SK^2 = NS^2 + NK^2$, $SK = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Ответ: $V_{SMNKL} = 8$, $SL = \sqrt{13}$, $SK = 2\sqrt{5}$