Место для скобы

004007

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	МЕЩЕРЯКОВ
	Имя	НИКОЛАЙ
	Отчество	ЕВГЕНЬЕВИЧ
5.	Дата рождения	04 (Число) 01 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ лицей при ТПУ г. Томска

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

Место для скобы

Шифр 004007

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
30б	5.04.21	Гендрина И.Ю	[signature]

1	2	3	4	5
7	4	7	5	7

№1 Необходимо доказать, что

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+2020}-x \in Z \\ \sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020} \in Z \\ 2x-\sqrt{x^2+2020} \in Z \end{cases}$$

возможно или не возможно

7б

Предположим, что существует такой x, что это возможно:

т.к. $\sqrt{x^2+2020}-x \in Z$ и $2x-\sqrt{x^2+2020} \in Z$, то

$2\sqrt{x^2+2020}-2x+2x-\sqrt{x^2+2020} = \sqrt{x^2+2020} \in Z$, как сумма целых чисел

$\Rightarrow x \in Z$ т.к. $\sqrt{x^2+2020} \in Z$ и $\sqrt{x^2+2020}-x \in Z$,

$\sqrt{x^2+2} \in Z$ т.к. $\sqrt{x^2+2020} \in Z$ и $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020} \in Z$

пусть $\sqrt{x^2+2}=z$

$\sqrt{x^2}=x=y$ при этом $z, y, c \in Z$

$\sqrt{x^2+2020}=c$

тогда $x^2+2=z^2$ $\quad x^2=y^2$ $\quad x^2+2020=c^2$

$3x^2+2022=z^2+y^2+c^2$ $\quad c^2-z^2=2018$

$3x^2+2022=2z^2+y^2+2018$ $\quad c^2=2018+z^2$

$3x^2+4=3z^2-2$ $\quad z^2-y^2=2$

$x^2+2=z^2$ $\quad y^2=-2+z^2$

Минимальное расстояние между квадратами целых чисел при условии, что $y \geq 1$, $=3$ (2^2-1^2)

таким образом x не является целым числом $\Rightarrow$ предположение не верн

Место для скобы

Шифр 004007

$\Rightarrow$ такого x не существует

Ответ не существует

№2

$$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases}$$

одним из решений является $x=0$ $y=0$ $z=0$, далее рассмотрим случай, когда $x\neq 0$

$16xy+3yz+6xz=0$

$22xy+9xz+7yz=0$?

$6xy+yz+3xz=0$

$4xy+yz=0$

$4x+z=0$

$4x=-z$

$yz-6xz=0$

$y=6x$

$2\cdot 6\cdot x^2-4x^2=4x$ $x\neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12x-4x=4$

$8x=4$

$x=0{,}5$

$z=-2$

$y=3$

Ответ: $\{y=0; x=0; z=0\}$; $\{x=0{,}5; z=-2; y=3\}$

14б

Не все решения найдены

№3

$a0+b0+c+a+b+c=0$

$2c+a+b=0$

$4a+2b+c+9a+3b+c=0$

$13a+5b+2c=0$

7б

Место для скобы

Шифр 004007

$12a+4b=0$

$b=-3a$

$3a=-b$

$2c+a+b=0$

$2c+a-3a=0$

$c=a$

$ax^2+bx+c=2020$

$cx^2-3\overset{c}{\cancel{b}}x+c=2020$

$x^2-3x+1=\frac{2020}{c}$

$x^2-3x+1-\frac{2020}{c}=0$

По теореме Виета

$x_1+x_2=-b$

$x_1x_2=c$ $\Rightarrow$ $x_1+x_2=3$

Ответ: 3

Недост. обосн.

5 б

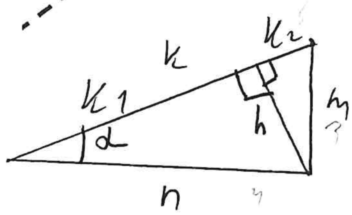
№4

$\frac{2}{2019}>\frac{1}{2021}$

Чем больше показатель корня, тем ближе корень к 1, при этом чем больше подкоренное выражение отдаленно от 1, тем дальше корень будет от 1. Мы имеем сумму двух чисел с одинаковым показателем у корня, но разными подкоренными, при этом $\frac{2020}{2021}<1 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}<1$, а $\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}>1$ т.к. $\frac{2021}{2019}>1$, если бы они были равноудалены от 1, то их сумма дала бы 2 но т.к. $\frac{2}{2019}>\frac{1}{2021}$, то число >1 удалено сильнее $\Rightarrow$ их сумма будет >2 ч.т.д

Место для скобы

Шифр



Нозовём отрезки гипотенузы разделённые высотой k_1 и k_2 нозовём $\angle(n;k)=\alpha$

по Теореме Пифагора

$k^2=n^2+m^2$

$n^2=k_1^2+h^2=k^2-m^2$

$m^2=k_2^2+h^2=k^2-n^2$

$h^2=n^2-k_1^2=m^2-k_2^2$

$h^2+k^2=2m^2+n^2-k_2^2=2n^2+m^2-k_1^2$

$m^2+n^2=k_2^2+h^2+k^2-m^2$

$\cancel{h+k=\sqrt{h^2}}$

$(h+k)^2=2m^2+n^2-k_2^2+2\sqrt{n^2-k_1^2}\sqrt{n^2+m^2}=h^2+k^2+2hk$

$(m+n)^2=m^2+n^2+2mn=h^2+k^2+k_2^2-m^2+2mn$

$(m+n)^2-(h+k)^2=k_2^2-m^2+2mn-2hk=$

$=m(2n-m)+k_2^2-2(\sqrt{m^2+n^2}\sqrt{m^2-k_2^2})=$

$=m(2n-m)+k_2^2-2\sqrt{m^4+n^2m^2-k_2^2m^2-k_2^2n^2}=$

$=k_2^2-m^2+2mn-2h(k_1+k_2)=k_2^2-m^2+2mn-2k_1h-2k_2h$

$m+n-k-h=m+n\ \cancel{-m-n+\sqrt{mn}}-\frac{n}{\sin\alpha}-n\sin\alpha=k\sin\alpha+n-k-$

$-n\sin\alpha=k(\sin\alpha-1)+n(1-\sin\alpha)=(1-\sin\alpha)(-k+n)$

в прямоугольном треугольнике $0<\sin\alpha<1$, а $k>n\Rightarrow$

$m+n-k-h<0$ ~~=> нельзя~~

Ответ: не возможно

16