Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020636

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	МЕДВЕДЕВА
	Имя	ДИАНА
	Отчество	ЕВГЕНЬЕВНА
5.	Дата рождения	25 (Число) 09 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Красноярский край
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	ЗАТО Железногорск
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Железногорск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	КГАОУ Школа Космонавтики

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______

10.	Контактный телефон	89835753438
11.	e- mail	diana_bear4386@mail.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	0418 (серия) 287739 (номер) ГУ МВД России по Красноярскому краю. (кем и когда выдан) 25.10.2018 (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	НЕТ
15.	Сирота (**да/нет**)	НЕТ
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	НЕТ

Место для скобы

Шифр 020636

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19		Емельянова	Емел

1	2	3	4	5	Σ
2	7	4	3	3	19

№1

$[x]+\{2x\}=2,5$

$\begin{cases} x=[x]+\{x\} \\ \{x\}=x-[x] \end{cases}$ Подставим 2е уравнение в 1е.

$x=[x]+x-[x]$

$x=x$ Из полученного равенства следует, что $[x]=\{x\}$.

$\frac{x}{1}+\frac{2x}{x}=2,5$

$\frac{x^2+2x}{x}=\frac{2,5}{1}$

$x^2+2x=2,5x$

$x^2+2x-2,5x=0$

$x^2-0,5x=0$

$D=0,25-4\cdot0\cdot1=0,25$

$\sqrt{D}=0,5$

$x_1=\frac{0,5+0,5}{2}=\frac{1}{2}=0,5$

$x_2=\frac{0,5-0,5}{2}=\frac{0}{2}=0$

Ответ: $x=0$ и $x=0,5$

№2.

Обычно Никита выезжает в 8:00. Если бы он выехал как обычно, тогда проехали бы тот же путь за то же время, что они проедут, выехав в 8:10.

Если бы Никита задержался на эти 10 минут дома, то и на учёбу бы он опоздал на 10 минут. НО! Т.к. они опоздали на 20 минут дядя Ваня догонял Ники и возвращался с ним обратно до дома, чтобы затем продолжить путь на учёбу в течение 10 минут.

Всего Никита бежал 8:10 – 7:10 = 60 минут + 5 минут его догонял дядя Ваня = 65 минут. (Дядя Ваня 5 минут догонял мальчика и 5 мин. возвращался домой).

Значит т.к. Время бега Никиты = 65 минут, а время езды дяди Вани 5 минут:

65 : 5 = 13 раз.

Ответ: Скорость машины дяди Вани в 13 раз превышала скорость Никиты.

) для
бы

Шифр 020636

№ 3.

$g(x) = mx^2 + nx + k$

Т.к. $g(k)$ и $g\left(\frac{1}{m}\right)$ имеют разные знаки может быть 2 варианта:

① $g(x) = -mx^2 + nx + k$

② $g(x) = mx^2 + nx - k$

Дискриминант должен быть положительным, иначе уравнение не имеет решений.

$D = n^2 - 4 \cdot (-m) \cdot k = n^2 + 4mk > 0$

$D = n^2 - 4 \cdot m \cdot (-k) = n^2 - 4mk > 0$

обоснование недостаточное!

Из-за того, что $g(k)$ и $g\left(\frac{1}{m}\right)$ имеют разные знаки, решения у этого уравнения точно будут, даже при $n<0$.

Пример 1 (при $m<0$)

$m=-1$
$n=2$
$k=3$

$g(x) = -1x^2 + 2x + 3$

$D = 4 + 4 \cdot 3 = 4 + 12 = 16$

$\sqrt{D} = 4$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \frac{-2+4}{-1 \cdot 2} = \frac{2}{-2} = -1$

$x_2 = \frac{-2-4}{-1 \cdot 2} = \frac{-6}{-2} = 3$

Пример 2: (при $k<0$)

$m=1$
$n=2$
$k=-3$

$g(x) = x^2 + 2x - 3$

$D = 4 + 12 = 16$

$\sqrt{D} = 4$

$x_1 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

$x_2 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1.$

Ответ: ~~Многочлен не м~~ Корни многочлена $g(x)$ не могут иметь одинаковые знаки.

№4.

$ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$

Т.к. a, b, c – неотрицательные $\Rightarrow \begin{cases} ab + bc + ca \geq 0 \\ a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab} \geq 0 \end{cases}$

Если $a=0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$, то.

$0 \cdot b + b \cdot c + 0 \cdot c \geq 0$ $\qquad$ $0\sqrt{bc} + b\sqrt{0 \cdot c} + c\sqrt{0 \cdot b} \geq 0$

$bc \geq 0$ $\qquad$ $0 = 0$

Аналогично: $\underline{b=0, a \geq 0, c \geq 0}$ и $\underline{c=0, b \geq 0, a \geq 0}$.
$bc \geq 0$

Если $a=b=c=0$, тогда: $a \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \geq 0 \cdot \sqrt{0 \cdot 0} + 0\sqrt{0 \cdot 0} + 0\sqrt{0 \cdot 0}$

$0=0$ – Условие выполняется.

Если $a>0$, $b>0$, $c>0$, тогда:

$a=1$, $b=2$, $c=3$

) для
бы

Шифр 020636

$1\cdot 2+3\cdot 2+3\cdot 1 \geq 1\sqrt{3\cdot 2}+2\sqrt{1\cdot 3}+3\sqrt{1\cdot 2}$

$2+6+3 \geq 1\sqrt{6}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

$8+3 \geq \sqrt{6}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

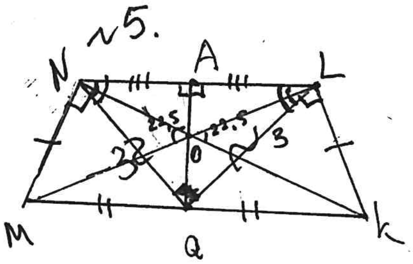
$11 \geq \sqrt{6}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

Да, $\sqrt{6}>0$, $2\sqrt{3}>0$, $3\sqrt{2}>0$, но все эти числа, как и их сумма будут десятичными и ненамного, но меньше 11. =>

=> Условие выполняется.

Ответ: Доказано. не доказано, а приведены конкретные примеры выполнения

№5.



Дано: MNKL – равнобедренная трапеция.
$KN \perp MN$ O – т. пересеч. диагоналей
$ML \perp LK$
Q – середина MK
$NQ = 3$
$\angle NOM = \angle LOK = 22{,}5$.
Найти: QA

Решение:

1. Дополнительное построение.
Проведём $QL = NQ = 3$ => получим равнобедренный треугольник NQL
2. Рассм. $\triangle NQL$ – равнобедренный.
Доп. построение: проведем из вершины Q высоту $QA \perp NL$.
3. В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию также является биссектрисой ($\angle NQA = \angle LQA$) и медианой ($NA = AL$). =>
=> $\triangle NAQ = \triangle LAQ$ ($NA = AL$; $ANQ = ALQ$ (углы при основании); $\angle NAQ = \angle LAQ = 90°$ (высота))
4. Рассмотрим $\triangle NQL$ – прямоугольный ($NQ \perp QL$), а в равнобедренном прямоугольном треугольнике. высота проведённая к основанию $= \frac{1}{2}$ гипотенузы.
($NL = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$). => $NA = AL = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
5. Рассмотрим $\triangle NAQ$ – прямоугольный, $NA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, $NQ = 3$ => $AQ = \sqrt{NA^2+NQ^2}$

$AQ = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+3^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+9} = \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

$AQ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

Ответ: Высота $AQ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.