ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07437

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

мет	МАТЕМАТИКА
ант	1
:	10И
илия	МАТЮШИН
	НИКИТА
ство	ВЛАДИМИРОВИЧ
рождения	02 (Число) 12 (Месяц) 2005 (Год)
на	РФ
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	НОВОСИБИРСКАЯ ОБЛАСТЬ
униципального образования *(т, деревня, село, город)*	ГОРОД
ленный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	КАРАСУК
ое наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ ТЕХНИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ №176 КАРАСУКСКОГО РАЙОНА НОВОСИБИРСКОЙ ОБЛАСТИ

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Н. Матюш

1	2	3	4	5
4	0	7	7	1

Шифр 07437

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19б	30.03.23	Гендрина	[signature]

№ 4.

$x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$; $a = 1$, $b = p$, $c = -\frac{1}{2p^2}$

$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)^2 = ((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2)^2 - 2(x_1x_2)^2$

По теореме Виета, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, т.к. $a = 1$, то $x_1 \cdot x_2 = c$ и $x_1 + x_2 = -b$

$x_1^4 + x_2^4 = ((-b)^2 - 2c)^2 - 2c^2 = (b^2 - 2c)^2 - 2c^2 =$
$= b^4 - 4b^2c + 4c^2 - 2c^2 = b^4 - 4b^2c + 2c^2 =$
$= p^4 - 4p^2 \cdot (-\frac{1}{2p^2}) + 2(-\frac{1}{2p^2})^2 = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4}$

Докажем, что $p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant \sqrt{2}$. Из неравенства Коши следует, что $a + b \geqslant 2\sqrt{ab}$.

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant 2\sqrt{p^4 \cdot \frac{1}{2p^4}}$

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant \sqrt{2}$ — доказано.

$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geqslant \sqrt{2} + 2$

$x_1^4 + x_2^4 \geqslant \sqrt{2} + 2$ — ч.т.д.

7б

скобы

Шифр 07437

№3.

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}=\frac{1}{2}\left(\frac{a+b-c}{c}+\frac{b+c-a}{a}+\frac{a+c-b}{b}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}-1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}-1+\frac{a}{b}+\frac{c}{b}-1\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-3\right)$$

Сумма взаимнообратных чисел больше или равна 2,

т.е $\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\geq 2$, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, $\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2$.

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-3\right)\geq\frac{1}{2}(2+2+2-3)$$

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{1}{2}\cdot 3$$

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{3}{2}$$ — ч.т.д

7б

№1.

$$y^2\cdot(y-x+2)-y\cdot(x+4)+5x+7=0$$

$$y^3-xy^2+2y^2-xy-4y+5x+7=0$$

$$-x\cdot(y^2+y-5)+y^3+2y^2-4y+7=0$$

$$x=\frac{y^3+2y^2-4y+7}{y^2+y-5}$$

$$\begin{array}{l|l} y^3+2y^2-4y+7 & y^2+y-5 \\ -\underline{y^3+y^2-5y} & y+1 \\ \quad y^2+y+7 & \\ -\underline{y^2+y-5} & \\ \qquad 12 & \end{array}$$

$x=y+1+\frac{12}{y^2+y-5}$ — т.к. $x,y\in\mathbb{Z}$, то $12\,\vdots\,y^2+y-5$

Пусть $a=y^2+y-5$, $a+5=y\cdot(y+1)$

скобы

Шифр 07437

$\frac{2}{3}$ 12 : a следует, если $a = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12.$

при $a = 1$, $6 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y = 2$, $x = y+1 + \frac{12}{y^2+y-5} = 3 + 12 = 15$

при $a = -1$, $4 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = 2$, $7 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = -2$, $3 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = 3$, $8 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = -3$, $2 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y = 1$, $x = 2 + \frac{12}{-3} = 2 - 4 = -2$

при $a = 4$, $9 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = -4$, $1 = y \cdot (y+1) \Rightarrow$ ~~$y = 0, x = 1 + \frac{12}{5}$ $x \notin Z$~~ y - не сущ.

при $a = 6$, $11 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = -6$ $-1 = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

при $a = 12$ $1\cancel{7} = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует

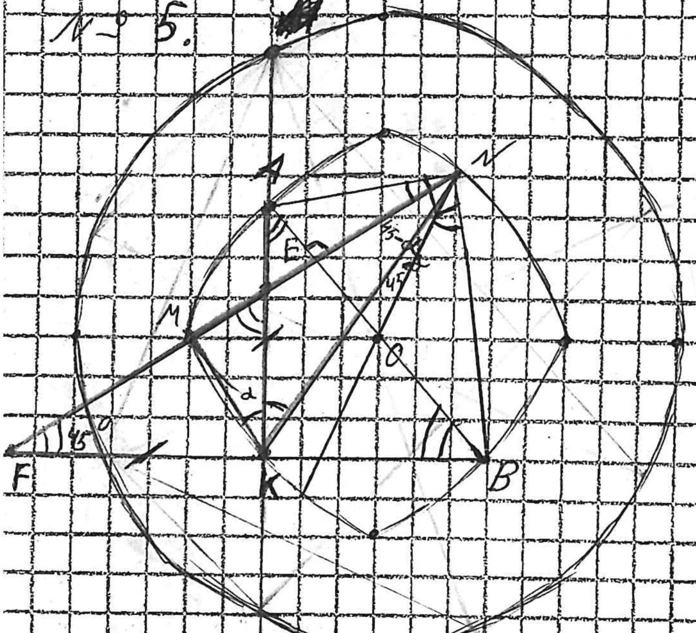
при $a = -12$, $-\cancel{7} = y \cdot (y+1) \Rightarrow y$ - не существует.

Ответ: $(-2; 1), (15; \frac{2}{4})$.

не все найдены

1/0

№ 5.



$KE \perp KF$ (биссектрисы смежных ∠)

$\angle AKB = 90° \Rightarrow AB$ - диаметр

$\angle ANB = 90°$ (опирается на AB)

$\angle MNK = \angle KNO = 45° - \alpha$

1,0