

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
215	4.04.21	Тенгрина И.И.	ИИ

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b+a)}{a^2 - b^2} = \frac{2ab(a^3 + b^3)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \\
 & = \frac{2ab(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} + \frac{a^4 - b^4}{a-b} = 2ab(a+b) + \frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{a-b} = \\
 & = 2ab(a+b) + \frac{(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)}{a-b} = 2ab(a+b) + (a^2 + b^2)(a+b) = \\
 & = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = (a+b)^2(a+b) = (a+b)^3; \quad 75
 \end{aligned}$$

где $a = -1,7 \dots 77$, $b = -1,2 \dots 223$
2021 2021

$a + b = -3$

$(a+b)^3 = (-3)^3 = -27$

Ответ: -27 ✓

3. $y = x^2 + ax + b$ $y = x^2 + cx + d$
 $1 = 1^2 + a \cdot 1 + b$ $1 = 1^2 + c \cdot 1 + d$
 $1 = 1 + a + b$ $1 = 1 + c + d$
 $a + b = 0$ $c + d = 0$
 $a = -b$ $c = -d$

1	2	3	4	5
7	0	7	5	2

75

~~х~~

$a^{2023} + d^{2020} < c^{2020} - b^{2023}$?
 $a^{2023} + b^{2023} < c^{2020} - d^{2020}$?

1) $a^{2023} = -b^{2023}$, т.к $a = -b$ и показатель степени нечетное число, значит число не меняет знак

$a^{2023} + b^{2023} = 0$

2) $c^{2020} = d^{2020}$, т.к $c = -d$ и показ. ст. четное число, значит положительн. число не поменяло знак, а отриц. стало полож., т.е оба числа положительной

$c^{2020} - d^{2020} = 0$
 $0 = 0$, значит $a^{2023} + d^{2020} \neq c^{2020} - b^{2023}$ ✓

Ответ: невозможно.

4. $a^4 - a^2bc + b^4 - b^2ac \geq c^2ab - c^4$
 $a^4 + b^4 + c^4 - a^2bc - b^2ac - c^2ab \geq 0$
 $a^4, b^4, c^4 \geq 0$ т.к. $4 \geq 2$

*Короче - давай,
55*

Рассмотрим члены $-a^2bc, -b^2ac$ и $-c^2ab$:

~~#~~ $-a^2bc$: если $a^2 \geq 0$
 если $b < 0, a, c > 0$ $-a^2bc \geq 0$, т.к. перед a^2bc стоит $-$.
 если $c < 0, a, b > 0$ $-a^2bc \geq 0$
 если $b < 0$ и $c < 0$ или $b > 0$ и $c > 0$ $\rightarrow a^2bc \geq 0$, но $-a^2bc \leq 0$

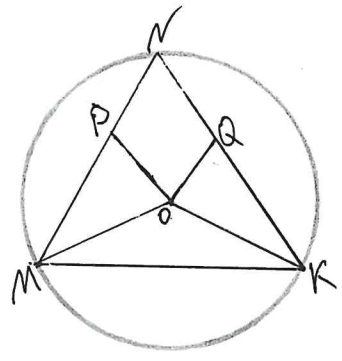
1) когда $b < 0$ и $c < 0$ при $a \geq 0$ или $b > 0$ и $c > 0$ при $a < 0$
 $-b^2ac$ и $-c^2ab \geq 0$

2) когда $b < 0$ и $c < 0$ при $a < 0$ или $b > 0$ и $c > 0$ при $a \geq 0$
 смотрим $a^4 - a^2bc \geq 0$

$$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 - a^2bc - b^2ac - c^2ab \geq 0$$

т.т.т.

5.



т.к. $\angle POQ = \frac{\angle MOK}{2}$

$PQ = \frac{MK}{2}$

по неравенству Δ

$PN + QN > PQ$

значит $PN + QN + PQ > 2PQ$

$\Rightarrow P_{PNQ} > MK$

Ответ: нет.

*Короче, давай ваще
25*