Место для скобы

020678

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	МАШАРСКИЙ
	Имя	АРТЕМ
	Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 18; Месяц: 05; Год: 2002
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Томск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ СОШ № 12

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Маш

10.	Контактный телефон	89234129236
11.	e- mail	Fanfaron-figlyar@yandex.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	серия: 6916; номер: 710085 отделом УФМС России по Томской области кем и когда выдан в Кировском районе города Томска 30.05.2016 кем и когда выдан
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	нет

Место для скобы

Шифр 020678

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
35б	18.03.20	Тендрина	

Задание № 1.

$$(x-2020)^2+(x-2020)^{10}=2(x-2020)^{12}.$$

Пусть $t=(x-2020)^2$, $t\geq 0$, тогда уравнение примет вид:

$$t+t^5-2t^6=0$$

$$-t(2t^5-t^4-1)=0$$

1	2	3	4	5
7	7	7	7	7

$-t=0$ или $2t^5-t^4-1=0$

$t=0$

При $t=1$, $2\cdot 1-1-1=0$. Разложим многочлен на множители:

$$\begin{array}{l|l} 2t^5-t^4-1 & t-1 \\ \hline -(2t^5-2t^4) & 2t^4+t^3+t^2+t+1 \\ \quad t^4 & \\ -(t^4-t^3) & \\ \quad t^3 & \\ -(t^3-t^2) & \\ \quad t^2 & \\ -(t^2-t) & \\ \quad t-1 & \\ -(t-1) & \\ \quad 0 & \end{array}$$

$$(t-1)(2t^4+t^3+t^2+t+1)=0$$

Заметим, что $t\geq 0$, поэтому

$2t^4\geq 0$, $t^3\geq 0$, $t^2\geq 0$, $t\geq 0$.

Поэтому, $2t^4+t^3+t^2+t+1\geq 1$, значит, $2t^4+t^3+t^2+t+1=0$ не имеет корней.

Таким образом, $t=0$ или $t=1$

Перейдём к исходной переменной:

$(x-2020)^2=0$ или $(x-2020)^2=1$

7б

$x=2020$ $\qquad x=2021$; $x=2019$

Ответ: 2019; 2020; 2021.

) для
5ы

Шифр 020678

Задание № 2.

Пусть a, $в$, c - скорость девушки пешком, на велосипеде и на машине соответственно. На основе условий задачи составим систему:

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + \frac{6}{в} + \frac{40}{c} = 132 \text{ (минуты)} & \text{(первое уравнение)} \\ \frac{5}{a} + \frac{8}{в} + \frac{30}{c} = 144 \text{ (минуты)} & \text{(второе уравнение)} \end{cases}$$

$$\frac{8}{a} + \frac{10}{в} + \frac{160}{c} - ?$$

Преобразуем систему, домножив первое уравнение на 3, а 2 - на 4:

$$\cancel{\begin{cases} 12a + 18в + \frac{120}{c} = 132 \cdot 3 \\ 20a + \end{cases}}$$

$$\begin{cases} \frac{12}{a} + \frac{18}{в} + \frac{120}{c} = 132 \cdot 3 \\ \frac{20}{a} + \frac{32}{в} + \frac{120}{c} = 144 \cdot 4 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$\frac{8}{a} + \frac{14}{в} = 180$$

$$\frac{4}{a} = 90 - \frac{7}{в} \quad (1)$$

Подставим выражение (1) в первое уравнение

$$\frac{6}{в} + 90 - \frac{7}{в} + \frac{40}{c} = 132$$

$$-\frac{1}{в} = \frac{40}{c} = 42$$

$$\frac{1}{в} = \frac{40}{c} - 42 \quad (2)$$

$$\frac{40}{c} = \frac{1}{в} + 42 \quad (3)$$

Подставим (1) и (3) в выражение $\frac{8}{a} + \frac{10}{в} + \frac{160}{c}$

7б

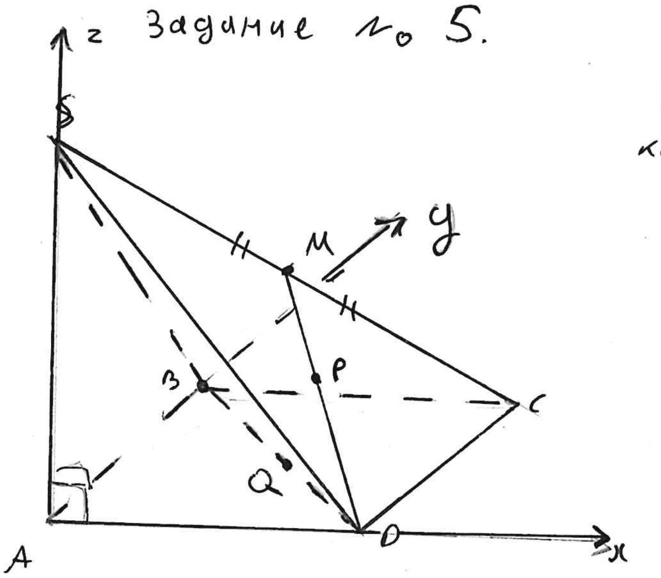
$$2\left(90 - \frac{7}{в}\right) + \frac{10}{в} + 4\left(\frac{1}{в} + 42\right) = 180 + 168 = 348 \text{ (минут)}$$

Ответ: 348 (минут)

) для
бы

Шифр 020678

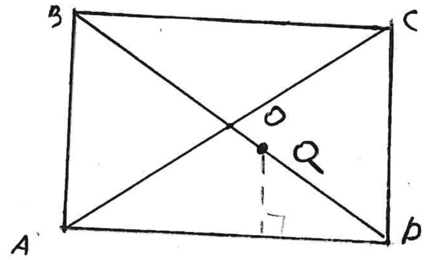
Задание № 5.



Зададим прямоугольную декартову систему координат. $A(0;0;0)$.

Пусть $AD = 5a$; $AB = 5в$.

7б



O – точка пересечения диагоналей.

$BQ : QD = 3:2$.

Значит, $Q(3a; 2в; 0)$.

SA – высота, M – середина SC, поэтому точка M проецируется в точку O, являющуюся точкой пересечения диагоналей.

$O(\frac{5}{2}x; \frac{5}{2}y; 0)$, $M(\frac{5}{2}x; \frac{5}{2}y; \frac{25}{2})$

A является проекцией точки S на ABCD (плоскость основания).

ЖP и PQ будут пересекаться тогда и только тогда, когда Q является проекцией точки P на плоскость основания.

Значит, $P(3x; 2y; 25\cdot\frac{1}{5})$

$\vec{PQ}\{0;0;10\}$, следовательно, $|\vec{PQ}| = 10$

Ответ: 10.

) для
бы

Шифр 020678

Задание № 3.

$$2018\cdot\sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2}+2019\cdot\log_5(4x+1)+m=2020$$

m: любое решение $\in[1;6]$

7б

ОДЗ: $4x+1>0$, $x>-\frac{1}{4}$

Условие $[1;6]$ входит в ОДЗ.

Рассмотрим выражение $2018\sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2}$.

$6{,}2x-5{,}2$ при $x\in[1;6]$, $32\geq 6{,}2x-5{,}2\geq 1 \Rightarrow \sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2}\in[1;2]$.

Значит, $2018\cdot\sqrt[5]{6{,}2x-5{,}2}\in[2018;4036]$.

Рассмотрим выражение $2019\cdot\log_5(4x+1)$.

при $x\in[1;6]$ $2\geq\log_5(4x+1)\geq 1 \Rightarrow 2019\cdot\log_5(4x+1)\in[2019;4038]$.

Заметим, что оба выражения принимают максимальное и минимальное значения в одинаковых точках; максимальное при $x=6$, минимальное при $x=1$; оба выражения возрастают при возрастании x.

При $x=1$,

$$2018\cdot 1+2019\cdot 1+m=2020$$
$$m=-2017$$

При $x=6$,

$$2018\cdot 2+2019\cdot 2+m=2020$$
$$4036+4038+m=2020$$
$$m=-6054.$$

Таким образом, при $m\in[-6054;-2017]$ любое решение исходного уравнения принадлежит ~~интервалу~~ промежутку $[1;6]$

Ответ: $-6054\leq m\leq -2017$.

5 страница

) для
бы

Шифр 20678

Задание № 4.

$(1-a)(1-b)(1-c) \le \frac{512}{729}$

$a<1$

$b<1$

$c<1$

$a+b+c \geq \frac{1}{3}$

далее $(1-a)(1-b)(1-c)$ будет обозначаться: t

Учитывая, что $a+b+c \geq \frac{1}{3}$ рассмотрим разные случаи:

1) $a=b=c$.

максимальное значение t достигается при минимальных a, b, c.

то есть при $a=\frac{1}{9}=b=c$

$$\left(\frac{8}{9}\right)^3 = \frac{2^9}{3^6} = \frac{512}{729}.$$

условие выполняется

7б

2) пусть одно из них $=0$, $a=0$.

$$(1-b)(1-c) \le \frac{512}{729}$$

при $a>0$ и $b>0$ максимальное значение достигается при минимальных a и b, то есть $a=\frac{1}{6}$, $b=\frac{1}{6}$.

$$\frac{25}{36} < \frac{512}{729}$$

условие выполняется

при $b<0$ максимальное значение достигается при $\min c$.

$c \to \frac{1}{3}$, $b \to 0$.

$$(\to \tfrac{2}{3})(\to 1) \le \frac{2}{3} < \frac{512}{729}$$

условие выполняется

3) при $a>0, b>0, c>0$ макс. значение достигается при равных и минимальных a, b, c, как в пункте 1)

4). при $a>0$, $b>0$, $c<0$ максимальное значение достигается при минимальных a, b. т.е. $a=b$, a_{min}

$2a+c \geq \frac{1}{3}$

$2a \geq \frac{1}{3}-c$

минимальные a и b — $a \to \frac{1}{6}$, $b \to \frac{1}{6}$, $c \to 0$

~~$(1-(\to \frac{25}{}))$~~ $(\to \frac{25}{})(\to 1) < 25$ — менее $\frac{512}{7..}$

Шифр 20678

Задание № 4 (Продолжение)

~~5. При $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$~~

~~максимальное значение достигается при минимальных и равных c и b, следов, а будет максимальным.~~

~~$b = c$, $b \to$~~

5. При $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$.

максимальное значение при минимальных и равных c и b, следов, при минимальном a, при $a \to 1$ условие выполняется, т.к. $(\to 0)(1-b)(1-c)$ не более, чем $\frac{512}{729}$.

При $a_{min} = \frac{1}{3}$, $c \to 0$, $b = 0$. $\frac{1}{3} < \frac{512}{729}$

При $a \to \frac{1}{3}$ $(a > \frac{1}{3})$

$c \to 0$, $b \to 0$, $t < \frac{512}{729}$ условие выполняется

Таким образом, при $a \leq 1$, $b < 1$, $c < 1$, $a + b + c \geq \frac{1}{3}$ исходное неравенство выполняется.

7 страница.