07494

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

мет	Математика
ант	
	8
лия	МАРТЬЯНОВ
	АРСЕНИЙ
тво	АЛЁКСАНДРОВИЧ
рождения	02 (Число) 12 (Месяц) 2007 (Год)
а	Российская Федерация
н *(пр: Томская обл., ...инградская область)*	Республика Хакасия
ниципального образования *(...п, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ...рово, Псков)*	Абакан
ре наименование ...овательного учреждения, ...ром Вы обучаетесь в ...е время	МБОУ „СОШ №1"

...асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ...зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

1	2	3	4	5
4	6	0	7	7

Шифр 07494

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
24б	30.03.23	Гендина	[signature]

№4

Предположим обратное, что нашлись такие p и q, что данные уравнения не имеют корней

7б

Тогда выразим для них дискриминанты:

$$\begin{cases} 4p^2 - 4pq < 0 \\ 4q^2 - 4pq < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4p(p-q) < 0 \\ 4q(q-p) < 0 \end{cases}$$

Т.к. в каждом неравенстве произведение отрицательно и $\neq 0$, то каждый множитель $\neq 0$.

$p \neq q \neq 0$

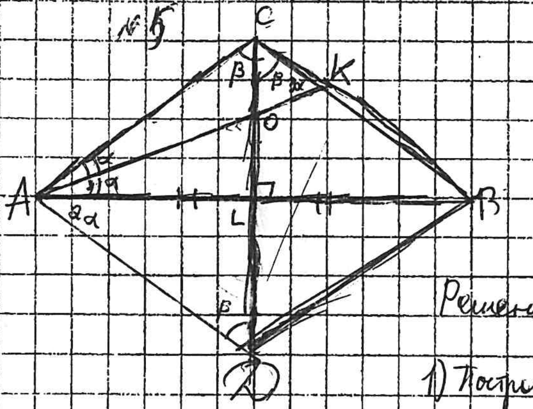
$$\begin{cases} 4p(p-q) < 0 \\ 4q(q-p) < 0 \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} p(p-q) < 0 \\ q(q-p) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 - pq < 0 \\ q^2 - pq < 0 \end{cases} \Rightarrow p^2 + q^2 - 2pq < 0 \Rightarrow (p-q)^2 < 0$$ — противоречие, значит

наше предположение неверно, и ~~из~~ этих уравнений не может одновременно не быть корней, ч.т.д.

№5



Дано: $\triangle ABC$ – рав/бед

$AC = BC$

AK, CL – бисс

$AK = 2CL$

Найти: $\angle ACB$

7б

Решение:

1) Построим $\triangle ABD = \triangle ABC$. Тогда $ACBD$ – параллелограмм

2) Т.к $ACBD$ – пар/м, $CL = LD \Rightarrow CD = 2CL = AK$, $AD \parallel BC$, $AD = BC = AC \Rightarrow ACBD$ – ромб $\Rightarrow$
$\Rightarrow CD \perp AB$

3) Т.к $AD \parallel BC$, $\angle CKA = \angle KAD$, $\angle BCD = \angle CDA$ (накр/леж)

4) Пусть $\angle KAB = \angle CAL = \alpha$, $\angle ACD = \angle ADC = \angle BCD = \beta$, $AK \cap CD = O$

5) $\triangle AOD \sim \triangle COK$ (по 2 углам):
$\angle CKA = \angle KAD$
$\angle BCD = \angle CDA$ (п. 3)

скобы

Шифр 07494

6) Из п. 5 $\Rightarrow \frac{AO}{DO} = \frac{KO}{CO} \Rightarrow \frac{AO}{KO} = \frac{DO}{CO} \Rightarrow AO = DO,\ CO = KO$ ($AK = CD$, п. 2) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOD$ – равнобед. $\Rightarrow \angle OAD = \angle ODA \Rightarrow 3\alpha = \beta$

7) Т.к. $\angle ALC = 90^\circ$ (п. 2), $\angle BAL + \angle ADL = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 5\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 18^\circ \Rightarrow \beta = 3\alpha =$
$= 54^\circ \Rightarrow \angle ACB = 2\beta = 108^\circ$

Ответ: 108°

№ 2

Дано: $3x + 4y + 5z \,\vdots\, 11$
Док-ть: $9x + y + 4z \,\vdots\, 11$

Док-во:

$3x + 4y + 5z \,\vdots\, 11$

$9x + 12y + 15z \,\vdots\, 11$

$11y + 11z \,\vdots\, 11$

$9x + 12y + 15z - 11y - 11z \,\vdots\, 11$

$9x + y + 4z \,\vdots\, 11$, ч.т.д.

6 с

№ 1

$2y^2 - 2xy + x + 9y - 2 = 0$; $x, y \in \mathbb{Z}$

$-x(2y-1) + 2y^2 - y + 10y - 2 = 0$

$-x(2y-1) + y(2y-1) + 4y - 2 + 6y = 0$

$-x(2y-1) + y(2y-1) + 2(2y-1) + 6y = 0$

$(y+2)(2y-1) + 6y = x(2y-1) \ \big| : (2y-1) \neq 0$, т.к. $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \neq \frac{1}{2}$

$x = y + 2 + 6y$

$x = 7y + 2$

не все решения

$2y^2 - 2(7y+2)y + 9y + 7y + \cancel{2} - \cancel{2} = 0$

$2y^2 - 14y^2 - 4y + 9y + 7y = 0$

$-12y^2 + 12y = 0$

$12y(y-1) = 0 \quad y = 0;\ y = 1 \Rightarrow (x; y) \in \{(2; 0); (9; 1)\}$

Ответ: $(2; 0), (9; 1)$