Место для скобы

| 004008 |
|---|

**Шифр**

# ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
**заключительного этапа**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | Математика |
| 2. | Вариант | 2 |
| 3. | Класс | 10 |
| 4. | Фамилия | М А Л И Н О В С К И Й |
| | Имя | Д Е Н И С |
| | Отчество | В Л А Д И М И Р О В И Ч |
| 5. | Дата рождения | Число: 2 1; Месяц: 1 0; Год: 2 0 0 4 |
| 6. | Страна | РФ |
| 7. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | Томская обл. |
| 8. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | город |
| 9. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)* | Томск |
| 10. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | МБОУ лицей при ТПУ |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ____________

Место для скобы

Шифр 004008

**Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)**

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 27б | 5.04.21 | Гендрина И.Ю. | [подпись] |

N 2

$$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ 2xy+xz=4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \\ x(2y+z-4)=0 \end{cases}$$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 7 | 4 | 2 | 7 |

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ 5\cdot0\cdot y+yz+2\cdot0\cdot z=-0 \\ 14\cdot0\cdot y+3yz+5\cdot0\cdot z=-4\cdot0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y+z-4=0 \\ 5xy+yz+2xz=-x \\ 14xy+3yz+5xz=-4x \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ yz=0 \\ 3yz=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y+z-4=0 \\ x(5y+2z+1)=-yz \quad (1) \\ x(14y+5z+4)=-3yz \quad (2) \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y\in R \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y+z-4=0 \\ \dfrac{5y+2z+1}{14y+5z+4}=\dfrac{1}{3} \quad (1):(2) \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y\in R \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2y+z-4=0 \\ 15y+6z+3=14y+5z+4 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y\in R \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2(1-z)+z-4=0 \\ y=1-z \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y\in R \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x(5\cdot3+2\cdot(-2)+1)=6 \ (\text{из } (1)) \\ z=-2 \\ y=3 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z\in R \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y\in R \\ z=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=3 \\ z=-2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(0;0;z)$; $(0;y;0)$, $(\frac{1}{2};3;-2)$, $y\in R$, $z\in R$.

7б

Место для скобы

**Шифр** 004008

N4

$$\sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}} + \sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}} > 2$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} > 1+1$$

$$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} > \sqrt[2020]{\frac{2021}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2019}{2019}}$$

$$\frac{\sqrt[2020]{2020}-\sqrt[2020]{2021}}{\sqrt[2020]{2021}} + \frac{\sqrt[2020]{2021}-\sqrt[2020]{2019}}{\sqrt[2020]{2019}} > 0$$

$$\cancel{\frac{\left|\sqrt[2020]{2020}-\sqrt[2020]{2021}\right|}{\sqrt[2020]{2021}} < \left|\sqrt[2020]{2021}-\sqrt[2020]{2019}\right|}$$

$$\frac{\sqrt[2020]{2020\cdot 2019} + \sqrt[1010]{2021^2} - 2\sqrt[2020]{2019\cdot 2021}}{\sqrt[2020]{2019\cdot 2021}} > 0$$

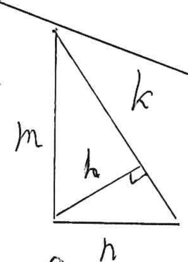
2 б

$$\sqrt[2020]{2020\cdot 2019} + \sqrt[1010]{2021^2} > 2\sqrt[2020]{2019\cdot 2021}$$

это нужно доказать!

Ч.Т.Д.

~~N5~~



~~Дано: $m$, $n$ – катеты; $k$ – гипотенуза; $h$ – высота, проведённая к гипотенузе~~

~~Доказать: $k+h<m+n$~~

~~Доказательство: $k=\sqrt{m^2+n^2}$ (по теореме Пифагора) и $k>m+n \Rightarrow k+h>m+n$, так как $h>0$.~~

Опровергнуто

N 1

$$\cancel{\begin{cases}(\sqrt{x^2+2020}-x)\in\mathbb{Z}\\(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020})\in\mathbb{Z}\\(2x-\sqrt{x^2+2020})\in\mathbb{Z}\end{cases}} \Rightarrow \begin{cases}(\sqrt{x^2+2020}-x)\in\mathbb{Z} & ①\\(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020})\in\mathbb{Z} & ②\\(2x-\sqrt{x^2+2020})\in\mathbb{Z} & ③\end{cases}$$

7 б

① $(\sqrt{x^2+2020}-x)\in\mathbb{Z}$, если:

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+2020}=x\\ \begin{cases}\sqrt{x^2+2020}\in\mathbb{Z}\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+2020=x^2\\ x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{x^2+2020}\in\mathbb{Z}\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases}\sqrt{x^2+2020}\in\mathbb{Z}\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

Место для скобы

Шифр 004008

② $(\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020}) \in \mathbb{Z}$, если:

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+2} = \sqrt{x^2+2020} \\ \begin{cases} \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+2 = x^2+2020 \\ x^2+2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

③ $(2x - \sqrt{x^2+2020}) \in \mathbb{Z}$, если:

$$\left[\begin{array}{l} 2x = \sqrt{x^2+2020} \\ \begin{cases} 2x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x^2 = x^2+2020 \\ 2x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \pm\sqrt{\frac{2020}{3}} \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{2\sqrt{1515}}{3} \\ \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right.$$

Подставим полученные ответы в первоначальную систему:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \\ x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{2\sqrt{1515}}{3} \\ \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2} \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing \Rightarrow$$ такого $x$ не существует

$\sqrt{x^2+2} \notin \mathbb{Z}$ при $x \in \mathbb{Z}$, так как $\sqrt{x^2+2} = \sqrt{(x+\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}x}$, ~~что~~ а данное выражение может принадлежать множеству целых чисел только при $x \notin \mathbb{Z}$.

Ответ: такого $x$ не существует.

3) N3

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} f(0) + f(1) = 0 \\ f(2) + f(3) = 0 \\ f(x) = 2020 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c + a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c + 9a + 3b + c = 0 \\ ax^2 + bx + c = 2020 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2c = 0 \quad ③ \\ 13a + 5b + 2c = 0 \quad ⑤ \\ ax^2 + bx + c - 2020 = 0 \end{cases}$$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \quad [1] \\ x_1 \cdot x_2 = c - 2020 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - x_1 - x_2 + 2x_1x_2 + 4040 = 0 \quad (1) \\ 13a - 5x_1 - 5x_2 + 2x_1x_2 + 4040 = 0 \quad (2) \\ ax^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12a + 4(x_1+x_2) = 0 \quad (1)-(2) \Rightarrow \end{cases}$$

Н б

Место для скобы

Шифр

$\Rightarrow b=3a \Rightarrow a=\frac{b}{3}$ (4)

Ошибка в уме

(4) $\longrightarrow$ (3):

$\frac{4b}{3}=-2c$

~~b=~~ $c=-\frac{2b}{3}$ (6)

Подставим (4) и (6) в (5):

$13\frac{b}{3}+5b+2\cdot\left(-\frac{2b}{3}\right)=0$

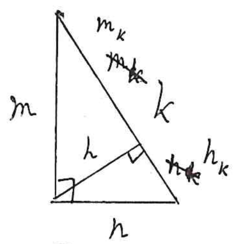
$3b+5b=0$

$b=0 \Rightarrow x_1+x_2=0$ (из [1])

Ответ: 0.

Ответ неверный

N5




$k+h<m+n$ -?

Решение:

1) Обозначим $n_k$ и $m_k$, как проекции катетов $n$ и $m$ на гипотенузу $k$ соответственно.

2) По теореме Пифагора: $k=\sqrt{m^2+n^2}$

3) $h=m_k\cdot n_k=\frac{n^2}{k}\cdot\frac{m^2}{k}=\frac{n^2m^2}{k^2}=\frac{n^2m^2}{m^2+n^2}$

4) $k+h<m+n$

7б

~~$\sqrt{m^2}$~~ $k^2+h^2+2kh<m^2+n^2+2mn$

$m^2+n^2+\frac{n^4m^4}{m^4+2m^2n^2+n^4}+2\sqrt{m^2+n^2}\cdot\frac{n^2m^2}{m^2+n^2}<m^2+n^2+2mn$

~~$\frac{n^4m^4+2m^2n^2(m^2+n^2)\sqrt{m^2+n^2}}{m^4+2m^2n^2+n^4}$~~ $\frac{n^4m^4}{m^4+2m^2n^2+n^4}+\frac{2n^2m^2\sqrt{m^2+n^2}(m^2+n^2)}{m^2+n^2}<2mn$

$\frac{n^3m^3+2nm(m^2+n^2)^2\sqrt{m^2+n^2}}{m^4+2m^2n^2+n^4}<2$ ⇕

Ответ: ~~не в~~ $k+h$ не может быть меньше $m+n$.