место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ОРМОМ1-04

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Малина
	Имя	Софья
	Отчество	Вадимовна
5.	Дата рождения	Число: 24; Месяц: 02; Год: 2006
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Свердловская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Екатеринбург
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ лицей №110

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись СМАН

Место для скобы

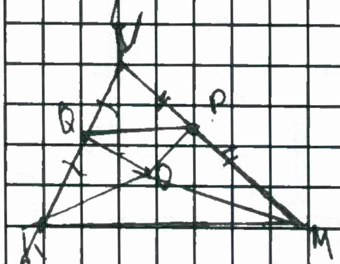
Шифр ОРМОМ1-04

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
24		Травникова Т.А.	

Задание №5

$\{x^2+2y^2-2yz=900.$



(I) О – центр окружности

О – точка пересечения

серединных перпендикуляров

$NQ=QK$ и $NP=PM$

II чтобы Δ-ник MNK существовал

$NK+NM>MK$

$2NQ+2NM>MK$ } заменим из I

условие

III $\angle MOK=2\angle POQ \Rightarrow MK=2PQ$

т.к. против большего угла лежит большая сторона.

IV II и III

нам нужно доказать что

$2MQ$

$P\ PNQ>$

$2MQ+2NM>2PQ$

нам нужно доказать или опровергнуть

следующее выражение: $MQ+QP+PN<MK \Rightarrow NQ+QP+PN<2PQ$ / вычитаем из обеих сторон PQ

$MQ+PN<PQ$

Задание №2

$$\begin{cases} x^2+2y^2-2yz=900 \\ 2xy-z^2=900 \end{cases}$$

оба равны 900 ⇒ равны

$x^2+2y^2-2yz=2xy-z^2$

$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2=0$

$(x-y)^2+(y-z)^2=0$

сумма двух неотрицательных чисел $=0$

только если обе части равны 0

$x-y=0 \qquad y-z=0$

$x=y \qquad y=z$

$x=y=z$

подставляем в первое уравнение

$x^2+2x^2-2x^2=900$

$x^2=900$

$x=\pm 30$

7

Ответ: $30; -30$

Место для скобы

Шифр ОРМОМ 1-04

Продолжение 5.

$MQ + PN < PQ$ – невозможно, т.к. сумма двух сторон Δ-ка всегда > большей оставшейся третьей

⇓

PQN – не может существовать,

а т.к. в условии написано, что он существует ⇒ ~~данное~~ $NQ + QP + PN < MK$ – невозможно

Ответ: нет, не возможно 6

Задание 4

$a^4 - a^2bc + b^4 - b^2ac \geq c^2ab - c^4$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq 0$ – тождеств. т.к. сумма неотрицательных чисел всегда ≥ 0

⇓

если хотя бы одно из (одно или три) из чисел меньше $0 \Rightarrow abc(a+b+c) < 0$

⇓

$a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$ – верно

если все числа (a, b, c) положительные (или два из них отрицательные)

⇓

$abc(a+b+c) \geq 0$

Тогда сделаем так: $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$ | : $abc(a+b+c)$

делим на положительное ⇒ знак не меняется.

$\frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc(a+b+c)} \geq 0$

верх всегда полож. или $= 0$

⇓

$abc(a+b+c) \geq 0$

если условие выше равно всегда.

т.к. мы умножаем двое полож. или $=0$ числа

⇓

перемножение их больше 0 или $= 0$

⇓

$abc(a+b+c) \geq 0$

$\frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc} \geq 0$

$a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$

при любых значениях чисел

ч. т. д.

4

Место для скобы

Шифр

№ 1

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=$$

$$=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^2-a^2)(b^2+a^2)(b+a)}{-(b^2-a^2)}=\frac{2ab(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}}+(b^2+a^2)(b+a)$$

$$=2ab(a+b)+(b^2+a^2)(b+a)=(a+b)(b^2+2ab+b^2)=(a+b)(a+b)^2=(a+b)^3$$

$$\begin{array}{r} -1{,}777\ldots23 \\ -1{,}222\ldots17 \\ \hline -3{,}0000000 \end{array} \Rightarrow a+b=-3$$

$a+b=-3$

$(a+b)^3=(-3)^3$

$(a+b)^3=-27$ 7

Ответ: -27

№ 3.

(I) $y=x^2+ax+b$ и $y=x^2+cx+d$ $(1;1)$

$1=1+a+b$ $\quad 1=1+c+d$

$a+b=0$ $\quad c+d=0$

$a=-b$ $\quad c=-d$

$1^{2020}=1$

(II) $a^{2023}+d^{2020}<c^{2020}-b^{2023}$

$1^{2020}(a^3+d)<1^{2020}(c-b^3)$

$a^3+d<c-b^3$

Значения $d=-c$; $b=-a$ (из I)

$a^3-c<c-(-a)^3$

$a^3-c<c+a^3$

верно при любых значениях c и c т.к. сумма чисел всегда больше их разности.

Ответ: все значения 0 7