

--

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
	12 15 д. 04. 22	Телушкин Телушкин Е.Ю.	шаф

нч

1	2	3	4	5
0	1	2	7	5

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = ? \quad a, b, c \in \mathbb{K}; a \neq b; b \neq c; a \neq c$$

$$\begin{cases} a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0 \\ b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0 \\ c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0 \end{cases}$$

Заметим что у данных у-ных один и те же коэффициенты \Rightarrow меняются только переменные, которые между собой не равны

Р/ш

Кубическое ур-ие

$$cx \rightarrow (x-3)(x-2)(x-1) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

чтобы получить свободный коэфф кубического ур-ия $b = 3 \cdot 2 \cdot 1$ тогда получим x_1, x_2, x_3

Р/ш: $x^2 - x - 2 = 0$

$$x_1 x_2 = \frac{+c}{a} \text{ Т. Виета.}$$

$$x_1 x_2 - x_3 = 6$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

коэфф перед x^2 , нужно сложить корни.
 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a}$

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \rightarrow$$

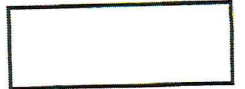
$$\frac{a+bc}{abc}, \text{ тогда } a+bc = -\left(\frac{-2022}{1}\right) = 2022$$

$$abc = \frac{-c}{a} \rightarrow -\frac{1011}{1} = 1011$$

$$\frac{2022}{1011} = 2$$

50.
70

Ответ: 2



N 2

$$4 - \sin^2 x + \cos 4x + \cos^2 x + 2 \sin 3x \sin 4x - \cos^2 4x = \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right)$$

$$4 - \sin^2 x + \cos 4x + \underbrace{\cos^2 x + \cos 4x}_{\cos^2 x - \sin^2 x} - \cos^2 4x = \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right)$$

$$4 - 2 \sin^2 x + 2 \cos 4x + \cos^2 x - \cos 10x - \cos^2 4x = \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right)$$

левая часть уравнения всегда является положительной и больше на отрезке равна нулю $[0; \pi]$

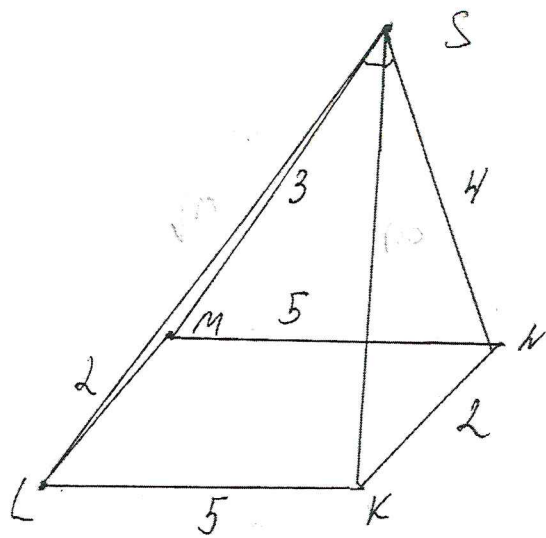
1

$$\underbrace{4 - 2 \sin^2 x}_{2 + 2 \cos^2 x} + 2 \cos 4x + \cos^2 x - \cos 10x - \cos^2 4x = \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right)$$

$$\begin{aligned} 2 + 2 \cos^2 x + 2 \cos 4x + \cos^2 x - \cos 10x - \cos^2 4x &= \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right) \\ 2 + 3 \cos^2 x + 2 \cos 4x - \cos 10x - (\cos^2 4x) &= \cos^2 \left(\frac{\pi k}{1021} \right) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \cos^2 4x = \\ \Rightarrow \cos(3x+4x) = \\ = (\cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x \cdot \sin 4x) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cos^2 x + 2 \cos 4x - \cos 10x - \cos^2 3x - \cos^2 4x + 2 \sin 6x \cdot \frac{\sin 6x}{2} + \sin^2 3x \cdot \sin^2 4x \\ 2 + 3 \cos^2 x + 2 \cos 4x - \cos 10x \end{aligned}$$

н 5



Дано: $SMNKL$ - пирамида
 $MN=3$ $NK=2$
 $SM=3$ $SN=4$
 $MNKL$ - прямоугольник.

Решение. Высота ~~на~~ данной пирамиды не будет падать на пересечение двух диагоналей прямоугольника так как SM, SN, SL и SK не равны.

Заметим, что $\triangle MSN$ прямоугольный так как \triangle Пифагора выполняется $SM^2 + SN^2 = MN^2 \rightarrow 3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 25 = 25 \Rightarrow \angle MSN = 90^\circ$, также треугольник MSN имеет максимальные стороны SN и SM (максимальные значения, можем получить наибольший V)

Р/и $\triangle SNK$ $SN=4$; $KN=2$. SK - будет ~~максимальной~~ (большей) стороной если SK - будет выполняться \triangle Пифагора. $\Rightarrow \Rightarrow SN^2 + NK^2 = SK^2 \rightarrow SK = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

V будет наибольшей, если высота будет наибольшей, высота будет наибольшей если ~~сторона~~ ^{ребра} пирамиды будет максимальной так дает на высоту свою проекцию.

Р/и $\triangle SML$ SL - будет наибольшей если будет выполняться равенство $SL^2 = ML^2 + MS^2 \rightarrow SL = \sqrt{3^2 + 2^2} \Rightarrow SL = \sqrt{13}$ 58.

Ответ: $SL = \sqrt{13}$ $SK = 2\sqrt{5}$

Найти объем пирамиды?