

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
 ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
 заключительного этапа

07440

Шифр

лет	МАТЕМАТИКА												
нт	1.												
	ЮЧ												
тия	Л	И	Д	Е	Р								
	Е	Л	И	З	А	В	Е	Т	А				
тво	А	Л	Е	К	С	А	Н	Д	Р	О	В	Н	А
ождения	0	4			1	0			2	0	0	6	
	Число						Месяц		Год				
а	РФ												
т (пр: Томская обл., инградская область)	Новосибирская область												
ниципального образования т, деревня, село, город)	Г О Р О Д												
енный пункт (пр: Томск, ово, Псков)	К А Р А С У К												
е наименование вательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ ТЕХНИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ № 76 Ка- расукского района Новосибирской облас- ти												

согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail
 результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

1/2/3/4/5
7/0/7/7/0

Шифр

07440

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
210	30.03.23	Гурьян	

~~№3~~ №3

$$\frac{a+b-c}{2c} + \frac{b+c-a}{2a} + \frac{a+c-b}{2b} \geq \frac{3}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{a+b-c}{c} + \frac{b+c-a}{a} + \frac{a+c-b}{b} \geq 3$$

$$\frac{a+b-c}{c} + \frac{b+c-a}{a} + \frac{a+c-b}{b} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} - 1 +$$

$$+ \frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} - 1 = \frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} +$$

$$+ \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 1 - 1 - 1$$

Сумма обратных чисел ≥ 2 , значит:

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \geq 2$$

$$\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2 \Rightarrow \frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 1 - 1 - 1 \geq$$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2 \Rightarrow 2 + 2 + 2 - 3 \geq 6 - 3 \geq 3$$

ц.т.д.

№4

$$x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{a}$$

$$x^2 + \sqrt{ax} - \sqrt{ax}$$

70

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2$$

Используем теорему Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -b$$

тогда ур-е принимает вид:

$$\begin{aligned} ((-b)^2 - 2c)^2 - 2c^2 &= (b^2 - 2c)^2 - 2c^2 = b^4 - 4b^2c + 4c^2 - 2c^2 \\ &= b^4 - 4b^2c + 2c^2 \end{aligned}$$

$$c = -ap^2$$

$$b = p$$

$$p^4 - 4 \cdot p^2 \cdot (-ap^2) + 2 \cdot (-ap^2)^2 = p^4 + 4ap^4 + 2ap^4$$

$$p^4 + 4ap^4 + 2ap^4 \geq a + \sqrt{a}$$

$$p^4 + 2ap^4 + \sqrt{a} \geq 0$$

$$\left(p^2 + \frac{\sqrt{a}}{2ap^2}\right)^2 - \left(\frac{2 \cdot p^2 \cdot \frac{\sqrt{a}}{2ap^2}}{2}\right) \geq 0$$

$$\left(p^2 + \frac{\sqrt{a}}{2ap^2}\right)^2 \geq 0 \quad \text{верно при любых } p \text{ и } a$$

NI

$$y^2(y - x + 2) - y(x + 4) + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 - xy^2 + 2y^2 - xy - 4y + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = xy^2 + xy - 5x$$

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 4y + 7}{y^2 + y - 5}$$

$$x \in \mathbb{Z}, \text{ значит}$$

$$\begin{array}{r} 4^3 + 24^2 - 44 + 7y^2 + y - 5 \\ \underline{4^3 + 24^2 - 44} \\ 7y^2 + y - 5 \end{array}$$

Если $x \in \mathbb{R}$, то $12 \mid (y^2 + y - 5)$

Делители $12 \mid \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

1) $y^2 + y - 5 = 1$

$$y^2 + y - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$y_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$y_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

2) $y^2 + y - 5 = -1$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

3) $y^2 + y - 5 = 2$

$$y^2 + y - 7 = 0$$

$$D = 1 + 28 = 29$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

4) $y^2 + y - 5 = -2$

$$y^2 + y + 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

5) $y^2 + y - 5 = 3$

$$y^2 + y - 8 = 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

6) $y^2 + y - 5 = -3$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$y_1 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$y_2 = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

7) $y^2 + y - 5 = 4$

$$y^2 + y - 9 = 0$$

$$D = 1 + 36 = 37$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

8) $y^2 + y - 5 = -4$

$$y^2 + y - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

9) $y^2 + y - 5 = 6$

$$y^2 + y - 11 = 0$$

$$D = 1 + 44 = 45$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

10) $y^2 + y - 5 = -6$

$y^2 + y + 1 = 0$

$D = 1 - 4 < 0$

корней нет

11) $y^2 + y - 5 = 12$

$y^2 + y - 17 = 0$

$D = 1 + 68 = 69$

$y \in \mathbb{Z}$

12) $y^2 + y - 5 = -12$

$y^2 + y + 7 = 0$

$D = 1 - 28 < 0$

корней нет

Итак имеем еще 4 варианта:

1) $y = 2$

$x = \frac{2^3 + 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 7}{2^2 + 2 - 5} = \frac{8 + 8 - 8 + 7}{8 - 5} = \frac{7 + 5}{3} = 7$

~~(-1, 2)~~ (7, 2)

2) $y = -2$

$x = \frac{(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 7}{(-2)^2 + (-2) - 5} = \frac{-8 + 8 + 8 + 7}{4 - 2 - 5} = \frac{7 + 5}{-3} = -5$

~~(-1, -2)~~ (-5, -2)

3) $y = 1$

$x = \frac{1^3 + 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 7}{1^2 + 1 - 5} = \frac{1 + 2 - 4 + 7}{2 - 5} = \frac{6}{-3} = -2$

~~(-2, 1)~~

4) $y = -3$

$x = \frac{(-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + 7}{(-3)^2 - 3 - 5} = \frac{-27 + 18 + 12 + 7}{6 - 5} = 10$

~~(-3, -3)~~

(10, -3)

Ответ: (10, -3), (7, 2), (-5, -2), (-2, 1)