Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03664

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ЛАРИОНОВА
	Имя	ЕВГЕНИЯ
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВНА
5.	Дата рождения	22 (Число) 04 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	РФ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 03664

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
26		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
5	7	7	7	–	26

1\. $1! + 2! + 3! + \ldots + n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n$

$1! = 1$

$1! + 2! = 3$

$1! + 2! + 3! = 9$

$1! + 2! + 3! + 4! = 33$

$1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$

почему ?

Продолжая замечаем – все дальнейшие числа оканчиваются „3". Т.к. нет таких чисел, квадрат которых оканчивается „3" $\Rightarrow$ правильными являются только $n = 1$ и $n = 3$

ответ: $n = 1$ и $n = 3$

3\. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc}$$

$a^3 - 2022a + 1011 = 0$

$b^3 - 2022b + 1011 = 0$

$c^3 - 2022c + 1011 = 0$

$x^3 - 2022x + 1011 = (x-a)(x-b)(x-c)$

$x^3 - 2022x + 1011 = x^3 - bx^2 - ax^2 + abx - x^2c + bxc + axc - abc)$

$x^3 - 2022x + 1011 = x^3 - x^2(b + a + c) + x(ab + bc + ac) - abc$

$$\Rightarrow \begin{cases} b + a + c = 0 \\ ab + bc + ac = -2022 \\ +abc = -1011 \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{-2022}{-1011} = 2$$

ответ: 2

4\. $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + bz)^2 - (by + cx)^2 - (cz - ay)^2 \geq 0$

$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + bz)^2 + (by + cx)^2 + (cz - ay)^2$

$\cancel{a^2x^2} + \cancel{a^2y^2} + a^2z^2 + b^2x^2 + \cancel{b^2y^2} + \cancel{b^2z^2} + \cancel{c^2x^2} + cy^2 + \cancel{c^2z^2} \geq$

$\cancel{a^2x^2} + 2abxz + b^2z^2 + b^2y^2 + 2bcxy + \cancel{c^2x^2} + \cancel{c^2z^2} - 2acyz + \cancel{a^2y^2}$

Место для скобы

Шифр 03664

$a^2z^2 + b^2x^2 + cy^2 \geq 2abxz + 2bcxy - 2acyz$

$k = (az)$ $\quad k^2 + m^2 + n^2 \geq 2km + 2mn - 2kn$

$m = (bx)$ $\quad (-k + m + n)^2 \geq 0$

$n = (cy)$ Неравенство будет выполнятся для любых переменных, так как любое число в неравенстве в квадрате и поэтому больше 0.

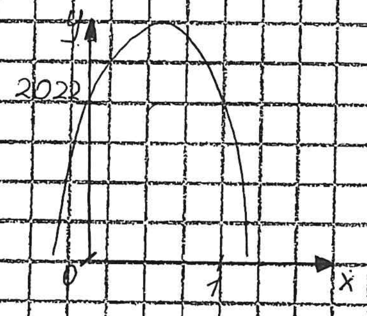
2. $p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$ $\qquad -2022 \leq p(x) \leq 2022$ при $x \in [0; 1]$

При $(a+1) < 0$:

$p(0) = 2022$

$p(1) = 1 - 1 + 2022 = 2022$

Построим график.



Противоречит условию $-2022 \leq p(x) \leq 2022$, $x \in [0; 1]$

Поэтому это невозможно.

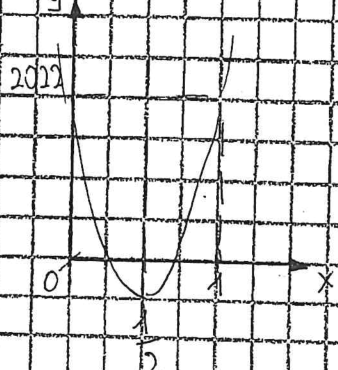
При $(a+1) = 0$

$a = -1$

При $(a+1) > 0$

$p(0) = 2022$

$p(1) = 2022$



$p\left(\frac{1}{2}\right) = (a+1)\frac{1}{4} - (a+1)\frac{1}{2} + 2022$

$a = 16175$

Наибольшее 16175

ответ: 16175