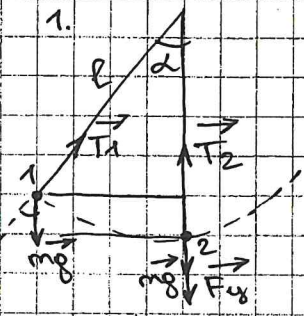


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
765		Червонская АС	ЖСР

1.



положение 1: $T_1 = mg \cos \alpha$ - сила натяжения нити минимальна
по мере уменьшения угла сила натяжения будет возрастать

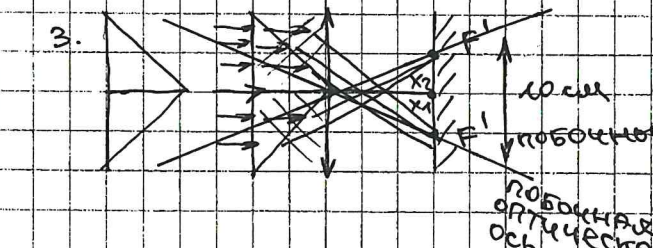
положение 2: $T_2 = mg + F_c$ - сила натяжения максимальна
 $F_c = \frac{mv^2}{l}$ - центробежная сила принимает максимальное значение в положении 2

v - скорость в этот момент можно определить из закона сохранения энергии
 $mgh = \frac{mv^2}{2}$, где $h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$ высота груза в положении 1.

по мере уменьшения угла α скорость будет возрастать при движении груза из положения 1 в положение 2 сила натяжения: $T = mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{l} =$
 $= mg \cos \alpha + \frac{m}{l} \cdot 2gh(1 - \cos \alpha) =$
 $= mg \cos \alpha + 2mg(1 - \cos \alpha)$

чтобы получить функцию зависимости преобразуем
 $T = mg(\cos \alpha + 2 - 2\cos \alpha) = mg(2 - \cos \alpha)$

3.



x_1 - расстояние от центральной точки до первой
 x_2 - расстояние от центральной точки до второй

$x_1 = F \tan \gamma_1$
 $x_2 = F \tan \gamma_2$

$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$ закон преломления света
 α - угол преломления лучей на границе "стекло - воздух" первой призмы
 β - второй

т.к. угол падения параллельных лучей на границе призм одинаков то отношение показателей преломления: $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_1} \cdot \frac{\sin \gamma_2}{\sin \alpha} =$
 $= \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1}$

$x_1 + x_2 = l_0$, $F(\tan \gamma_1 + \tan \gamma_2) = l_0 \Rightarrow \tan \gamma_1 = 1 - \tan \gamma_2$

2. Определим массу воздуха проходящего через установку за 10 минут через закон Менделеева - Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad V = 120 \cdot \frac{1}{6} = 20 \text{ м}^3$$

$$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{105000 \cdot 20 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 290} = 25,27 \text{ кг}$$

Учитывая, что в каждом кг воздуха 41,5 мкг сажи и эффективность 85%, определим массу сажи:

$$m_c = 0,85 \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} \cdot 25,27 = 8,9 \cdot 10^{-7} \text{ кг}$$

масса одной частички сажи:

$$m_1 = \rho V = 1,5 \cdot 10^3 \cdot (0,7 \cdot 10^{-6})^3 = 5,145 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$$

Определим количество частиц:

$$N = \frac{m_c}{m_1} = 1,73 \cdot 10^9$$

5. Когда шайбы отсутствуют на них действует возвращающая сила, равная силе Архимеда:

$$F = F_A = \rho V g = \rho S h g, \quad S = \pi R^2 \text{ - площадь основания, } h \text{ - высота цилиндра}$$

масса шайбы

$$m = \rho V = \rho S h = \rho \pi R^2 h$$

$$h_1 = \frac{m}{\rho_1 \pi R_1^2} \text{ - высота первого цилиндра}$$

$$h_2 = \frac{m}{\rho_2 \pi R_2^2} \text{ - высота второго}$$

Сила Архимеда приводит шайбу к колебаниям шайбы аналогична силе упругости: $F_{упр} = kx$, где x - смещение тогда h аналогична x следовательно, $\rho \pi R^2 g$ аналогична k

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ - циклическая частота колебаний тела под действием силы упругости}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho \pi R^2 g}{m}} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{\rho_1 \pi R_1^2 g}{m_1}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\rho_2 \pi R_2^2 g}{m_2}}$$

Полная энергия системы равна сумме потенциальной и кинетической энергии в любой момент или максимальному значению одной из них.

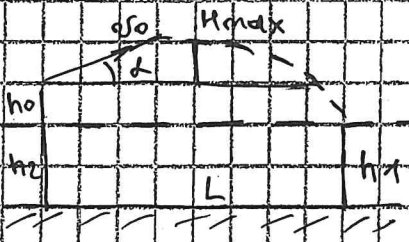
$$E_{k, \max} = m g \frac{A^2}{2}$$

$v_m = \omega A$ - максимальная скорость при колебаниях

A - амплитуда, в случае шайб

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1 \omega_1^2 h_1^2}{m_2 \omega_2^2 h_2^2} = \frac{\rho_1 \pi R_1^2 g \cdot \rho_2^2 \pi^2 R_2^4}{\rho_1^2 \pi^2 R_1^4 \cdot \rho_2 \pi R_2 g} = \frac{\rho_2^2 R_2^3}{\rho_1 R_1^3}$$

4.



v_0 - начальная скорость стрелы
 α - угол между начальной скоростью и горизонтом
 $h_0 = h_2 - h_1 = 0,1 \text{ м}$ начальная высота над уровнем мишени

$L = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$ - максимальная дальность полета стрелы

$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ - максимальная высота подъема стрелы над уровнем точки выстрела

т.к. v_0 не известна по формуле:

$$\frac{L}{H_{\max}} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{4 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$H_{\max} = \frac{L \sin^2 \alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{50 \cdot \sin^2 12^\circ}{4 \sin 12^\circ \cos 12^\circ} = 2,657 \text{ м}$$

определим начальную скорость стрелы:

$$v_0 = \frac{\sqrt{2gH_{\max}}}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2,657}}{\sin 12} = 35 \text{ м/с}$$

т.к. высота препятствия 3 м, то она будет выше точки выстрела на $3 - 1,6 = 1,4 \text{ м}$

определим время, через которое стрела окажется на этой высоте:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad 1,4 = 7,3 \cdot t - 5t^2$$

получим квадратное уравнение:

$$5t^2 - 7,3t - 1,4 = 0 \quad D = 7,3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1,4) = 25,29$$

$$t_1 = \frac{7,3 + \sqrt{25,29}}{2 \cdot 5} \approx 1,23 \text{ с}, \quad t_2 = \frac{7,3 - \sqrt{25,29}}{2 \cdot 5} = 0,227$$

определим расстояние, которое стрела пролетит в проекции на горизонталь:

$$S_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t = 35 \cdot \cos 12 \cdot 1,23 = 42,1 \text{ м}$$

$$S_2 = 35 \cdot \cos 12 \cdot 0,227 = 7,77 \text{ м}$$

препятствие можно поставить на 7,77 от мишени или на 42,1 м

25