Место для скобы

004286

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	КУЗЬМИН
	Имя	АНДРЕЙ
	Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	03 (Число) 07 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Российская федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	респ. Саха (Якутия)
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Якутск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБНОУ РС(Я) РЛИ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 004286

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28 б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	[signature]

1. $\left(\overbrace{\sqrt{x^2+2020}}^{\text{целое}} - \overbrace{x}\right)\cdot \overbrace{2}^{\text{целое}} = 2\sqrt{x^2+2020} - 2x. =$ целое.

$\left(\overbrace{2\sqrt{x^2+2020} - 2x}^{\text{целое}}\right) + \left(\overbrace{\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020}}^{\text{целое}}\right) + \left(\overbrace{2x - \sqrt{x^2+2020}}^{\text{целое}}\right) = \sqrt{x^2+2} =$ целое

$\left(\overbrace{\sqrt{x^2+2020} - x}^{\text{целое}}\right) + \left(\overbrace{2x - \sqrt{x^2+2020}}^{\text{целое}}\right) = x =$ целое.

7 б

Допустив, что такое число существует, пришли к выводу, что числа x и $\sqrt{x^2+2}$ - целые

$\sqrt{x^2+2}$ - целое $\Rightarrow x^2+2 = a^2$ - квадрат целого числа.

$a^2 - x^2 = 2.$ $(a-x)(a+x) = 2.$ Т.к. ~~[crossed out]~~ $a-x$ и $a+x$ целые это либо числа 1 и 2, либо -1 и -2.

$(a-x)+(a+x) = 2a.$ Если 1 и 2, то $2a = 1+2 = 3 \Rightarrow a$ - не целое.

Если -1 и -2, то $2a = -1-2 = -3 \Rightarrow a$ - не целое.

Противоречие.

Ответ: не существует.

2. $(14xy + 3yz + 5xz) + (2xy + xz) = 16xy + 3yz + 6xz = 0.$

$\quad -4x \qquad\qquad 4x$

$(5xy + yz + 2xz)\cdot 3 = 15xy + 3yz + 6xz = -3x.$

$\quad -x$

Вычтем второе из первого:

$xy = 3x.$ $y = 3 \Rightarrow 2xy + xz = 6x + xz = 4x.$ $z = -2.$

Подставляем в первое уравнение:

$15x - 6 - 4x = -x \Rightarrow 12x = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.$

Не все решения найдены

3 б

1	2	3	4	5
7	3	7	4	7

Место для скобы

Шифр 004286

(3) $f(x)=ax^2+bx+c.$

$f(0)=a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=c.$ $f(1)=a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=a+b+c.$

$f(0)+f(1)=a+b+2c=0.$

$f(2)=4a+2b+c;$ $f(3)=9a+3b+c;$ $f(2)+f(3)=13a+5b+2c=0;$

$(13a+5b+2c)-(a+b+2c)=12a+4b=0.$ $b=-3a.$

$a+b+2c=a-3a+2c=0.$ $2c=2a,$ $c=a.$

$ax^2-3ax+a=2020.$ $ax^2-3ax+(a-2020)=0.$

7б

$D=9a^2-4a^2+8080a=5a^2+8080a.$

$x_1=\frac{3a+\sqrt{5a^2+8080a}}{2a};$ $x_2=\frac{3a-\sqrt{5a^2+8080a}}{2a}$

$x_1+x_2=\frac{6a}{2a}=3.$

(4) $\sqrt[2020]{2020\cdot 2021^{-1}}+\sqrt[2020]{2021\cdot 2019^{-1}}>2.$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}>2.$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}}\cdot\sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}>2.$ Рассмотрим следующее ~~...~~ выражение:

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}}=\frac{\sqrt[2020]{2020}}{\sqrt[2020]{2021}}+\frac{\sqrt[2020]{2021}}{\sqrt[2020]{2020}};$ $a=\sqrt[2020]{2020};$ $b=\sqrt[2020]{2021}.$

здесь квадрат!

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}\geq 2,$ т.к. $a^2+b^2\geq 2ab,$ т.к. $a^2-2ab+b^2\geq 0,$ т.к. $(a-b)^2\geq 0.$

Получили, что $\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}}$ не меньше двух.

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2019}}>\sqrt[2020]{\frac{2020}{2020}}=1\Rightarrow\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}>\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}\geq 2.$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}}+\sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}>2,$ что и требовалось доказать.

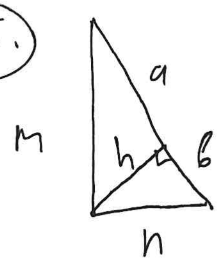
недост. обосн.

4б

Место для скобы

Шифр 004286

5.



$k = a+b.\quad n = \sqrt{b^2+h^2}$

$m = \sqrt{k^2-n^2} = \sqrt{(a+b)^2 - b^2 - h^2} = \sqrt{a^2+2ab+b^2-b^2-h^2} = \sqrt{a^2+2ab-h^2}.$

Также $m = \sqrt{a^2+h^2}$.

$a^2+2ab-h^2 = a^2+h^2;\quad (a^2+2ab-h^2)-(a^2+h^2) = 2ab-2h^2 = 0.\quad ab = h^2.$

$n = \sqrt{b^2+h^2} = \sqrt{b^2+ab} = \sqrt{b(a+b)} = \sqrt{bk}.\quad m = \sqrt{a^2+h^2} = \sqrt{a^2+ab} = \sqrt{ak}.$

$h = \sqrt{ab}.\quad k = a+b.\quad k+h \vee n+m \Rightarrow a+b+\sqrt{ab} \vee \sqrt{ak}+\sqrt{bk}$

$k, h, n, m > 0 \Rightarrow$ можем возвести в квадрат для сравнения, знак не изменится.

$(k+\sqrt{ab})^2 = k^2+2k\sqrt{ab}+ab.$

$(\sqrt{ak}+\sqrt{bk})^2 = ak+2k\sqrt{ab}+bk.\quad ak+bk = k(a+b) = k^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{ak}+\sqrt{bk})^2 = k^2+2k\sqrt{ab}.$

$ab \geq 0 \Rightarrow k+h \geq m+n.$

7 б

Следовательно, сумма $k+h$ не может быть меньше $m+n$.