Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03356

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	КУЗИНА
	Имя	ЮЛИЯ
	Отчество	ЕВГЕНЬЕВНА
5.	Дата рождения	26 (Число) 11 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Страна	РОССИЯ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	КЕМЕРОВСКАЯ ОБЛАСТЬ
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	ГОРОД
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	ПРОКОПЬЕВСК
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ "Лицей N 57"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Ю. Куз

Шифр 03356

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	28.03	Корочкина Е.Е.	

ЗАДАНИЕ 1

$(x+2019)(x+2020)+(x+2020)(x+2021)+$
$+(x+2019)(x+2021)=y^2;$

$(x+2020)(x+2019+x+2021)+(x+2019)(x+2021)=$
$=(x+2020)\cdot 2(x+2020)+((x+2020)-1)((x+2020)+1)=$
$=2(x+2020)^2+(x+2020)^2-1^2=3(x+2020)^2-1;$

$3(x+2020)^2=y^2+1 \Rightarrow x\neq 2020$, т.к. $y^2\geq 0$;

Если такие целые числа x и y существуют, то $(y^2+1)\vdots 3$:

$y \not\vdots 3$, т.к. в этом случае $y^2 \vdots 3$, ? $y^2+1 \not\vdots 3$;

$y=1$: $y^2+1\equiv 2 \pmod 3$,
$y=2$: $y^2+1\equiv_3 2$
$y=3$: $y^2+1\equiv_3 1$
$y=4$: $y^2+1\equiv_3 2$
$y=5$: $y^2+1\equiv_3 2$
$y=6$: $y^2+1\equiv 1 \pmod 3$.

$y\in\mathbb{Z}$

цикл. y^2+1 делится на 3 только с остатком $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ таких чисел нет.

ОТВЕТ: таких целых чисел x и y не сущ-ет.

7

1	2	3	4	5	Σ
5	1	1	7	1	15

1 страница

Место для скобы

Шифр 03356

ЗАДАНИЕ 2

1д $ } 13 кр. — кол-во (шт.)
2д $ } 2 сп.к
1ф

n, m, x, y – штуки.
п.кр, к.; Ф — цена

$$\begin{cases} 1\cdot к - 1\cdot п.кр. = 1\cdot Ф + 1\cdot п.кр \Rightarrow Ф = к - п.кр - п.кр. = к - 2п.кр. \\ n\cdot кр + m\cdot сп.к + Ф = x\cdot кр + y\cdot сп.к. \\ n + x = 13 \\ m + y = 2 \end{cases}$$

$m=0;\ y=2$
$m=2;\ y=0$
$m=1;\ y=1$
$\Rightarrow$ рассмотрим 3 случая.

1) $m=0, y=2$: $n\cdot кр + Ф = x\cdot кр + 2сп.к \Rightarrow$

$\Rightarrow Ф = x\cdot кр + 2сп.к - n\cdot кр = 2сп.к + кр(x-n)$

в этом случае $сп.к - 2кр = 2сп.к + кр(x-n)$

$сп.к = -2кр - кр(x-n)$

$сп.к = кр(n-x) - 2кр \Rightarrow n > x$ более чем на 2.

Если выражать n через x, то $n = 12x$, потому что (см. систему)

$x + 12x = 13x \vdots 13$; т.к. 13 простое число. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{n=12;\ x=1;\ m=0;\ y=2;}$ проверка:

$Ф = кр + 2сп.к - 13кр = 2сп.к - 12кр$

$Ф = сп.к - 2кр. \Rightarrow сп.к = 10кр.$

2) $m=2;\ y=0;$ $n\cdot кр + 2сп.к + Ф = x\cdot кр \Rightarrow$

$\Rightarrow кр(n-x) + 2сп.к + Ф = 0 \Rightarrow Ф = кр(x-n) - 2сп.к.$

$Ф = сп.к - 2п.кр$

$кр(x-n) + 2п.кр = 3сп.к.$

$\frac{кр(x-n+2)}{3} = сп.к. \Rightarrow (x-n+2) \vdots 3;\ кр \vdots 3.$

скобы

Шифр 03356

3) $m=1$; $y=1$; $n \cdot кр + сп.к + ф = x\,кр + сп.к.$

$ф = кр(x-n)$ $ф = сп.к. - 2n.кр.$

$сп.к - 2n.кр. = кр(x-n) \Rightarrow сп.к. = кр(x-n+2)$;

$\boxed{Ответ}$: костюмов 0; пар кроссовок 12;

+

$\boxed{ЗАДАНИЕ\ 3}$ $g(x-y) = 2022(g(x)+g(y)) - 2021xy$;

$g(x)-g(y) = 2022(g(x)+g(y)) - 2021xy$;

$g(x-y) = 2022(g(x)+2g(y)-g(y)) - 2021xy$;

$g(x-y) = 2022(g(x-y)+2g(y)) - 2021xy$;

?

$2021(g(x-y)-xy) + 2 \cdot 2022 g(y) = 0$;

$g(2022) \Rightarrow x-y = 2022$;

$\cancel{2021(g} \; 2021g(x-y) - 2021xy + 2 \cdot 2022 g(y) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow g(x-y) = \dfrac{2021xy - 2 \cdot 2022 g(y)}{2021}$; $x=2022$; $y=0$;

$g(2022) = \dfrac{2021 \cdot \cancel{2022} \cdot 0 - 2 \cdot 2022 g(0)}{2021} = \boxed{\dfrac{2 \cdot 2022}{2021}}$

$\boxed{ОТВЕТ}$

+

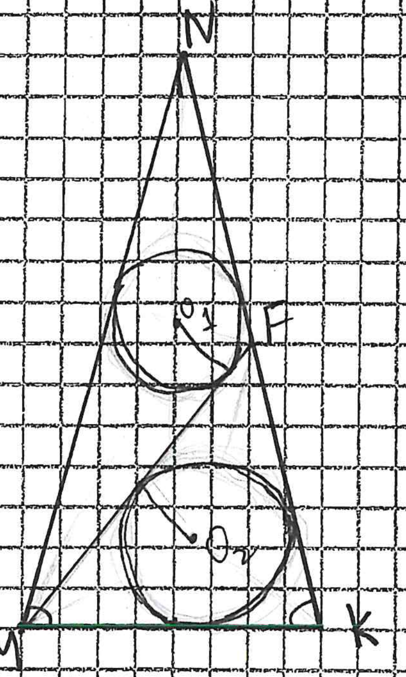
$\boxed{ЗАДАНИЕ\ 4}$ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) - (ax+bz)^2 - (by+cx)^2 -$
$-(cz-ay)^2 = (a^2x^2 + a^2y^2 + a^2z^2 + b^2x^2 + b^2y^2 + b^2z^2 + c^2x^2 + c^2y^2 +$
$+c^2z^2) - (a^2x^2 + 2abxz + b^2z^2) - (b^2y^2 + 2bycx + c^2x^2) - (c^2z^2 -$
$-2acyz + a^2y^2) = a^2z^2 + b^2x^2 + c^2y^2 - 2abxz - 2bycx + 2acyz =$
$= \cancel{(az-b} \; (bx-az-ay)(bx-az-cy) = \underline{(bx-az-ay)^2}.$

ч.т.д.

Место для скобы

Шифр 03356

ЗАДАНИЕ 5



// сделаем вид, что окружности касаются //

$MN = NK = 8$; $MK = 4$; $F \in NK$

$(O_1; r_1) \in \triangle NKM$; $(O_2; r_2) \in \triangle MFK$;

~~MF~~ $S_{\triangle MNF}$ - ? $S_{\triangle MKF}$ - ?

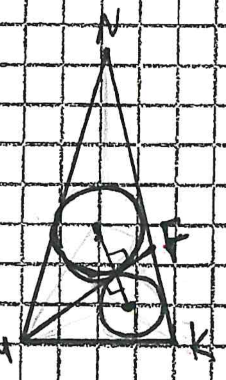
Решение:

$S_{\triangle MNK} = \sqrt{p(p-MN)(p-NK)(p-MK)} = (p-MN)\sqrt{p(p-MK)} = (10-8)\sqrt{10 \cdot 6} = 4\sqrt{15}$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow h = \frac{S}{MK} = \frac{4\sqrt{15}}{4} = \sqrt{15}$;

MK - касательная к $k(O_2; r_2)$ и $k(O_1; r_1)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow r_2 \parallel r_1 \perp MK$; r_2 и r_1 лежат на одной прямой.



Центры вписанных окружностей лежат на пересечении биссектрис

$\frac{\sin NMK}{2} = 4\sqrt{15} \Rightarrow \sin NMK = 8\sqrt{15}$;

$\angle NMK = \operatorname{asin} 8\sqrt{15}$;
arcsin.

MF - биссектриса, т.к. окружности лежат на пересеч бис-с, и только в этом случае углы меньших треугольников равны. $\Rightarrow \frac{MF}{FK} = \frac{2}{1} = \frac{8}{4}$ (по свойству биссектрисы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{MNF}}{S_{MFK}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{S_{MNK}}{3} \cdot 2 = S_{MNF}$; $\frac{S_{MNK}}{3} = S_{MFK}$

ОТВЕТ: $S_{MNF} = \frac{8}{3}\sqrt{15}$; $S_{MFK} = \frac{4}{3}\sqrt{15}$;

7